

## ИСТОРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

УДК 531/534 (091); 531/534 (092)

### Задачи небесной механики как один из стимулов развития классической механики

**В. И. Яковлев**

Пермский государственный национальный исследовательский университет  
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15  
iakovlev@psu.ru; (342) 239 62 98

Краткий очерк задач астрономии, ставших важным стимулом развития классической механики и математических наук после XVII века.

**Ключевые слова:** механика; движение планет; законы механики; А. Клеро; Л. Эйлер; П.С. Лаплас; открытие Урана и Нептуна.

DOI: 10.17072/1993-0550-2020-4-57-63

Естественнонаучные и технические проблемы всегда были важнейшими стимулами развития науки. А астрономия была одним из главных источников задач и методов механики. Первые теории устройства Мира неизбежно включали не только описание картины звездного неба, движений звезд, Солнца, Луны, планет, но и причин движений.

В XVII в. И. Кеплер, Г. Галилей, Г.-Х. Гюйгенс, И. Ньютон начали новую эру в создании теоретической астрономии. Идея изучения движения планет не только наблюдениями с помощью астрономических приборов, но и средствами "геометрии бесконечно малых", дифференциального и интегрального исчисления (теории флюксий) вылилась в создание основ математики непрерывных величин и теоретической механики (динамики).

Эти теоретические основы далее получили развитие при решении конкретных математических задач о движении планет, их спутников, комет, о форме небесных тел и их

влиянии на земные процессы (приливы, отливы). Таков был один из путей развития механики в XVIII в.

После завершения в 1522 г. экспедиции Магеллана было получено первое доказательство вращения Земли вокруг своей оси (считая дни плавания (с востока на запад), члены экспедиции были уверены, что вернулись в родной порт в среду, но в порту был уже четверг). Окончательно (но не сразу!) эта и другие мысли, связанные с движением Земли, укрепились после появления гелиоцентрической системы Коперника ("Об обращении небесных сфер", 1543). Наблюдательная астрономия (Т. Браге), теория конических сечений Аполлония и длительные математические расчеты позволили И. Кеплеру вывести законы движения планет ("Новая астрономия", 1609; "Гармония мира", 1619), ставшие далее основой для теоретического открытия Ньютоном закона всемирного тяготения и законов механики (1687).

Уже в начале XVII в. Кеплер считал, что причиной эллиптического движения планет с постоянной секторной скоростью является солнечное притяжение. С появлением телескопов Галилея, Гюйгенса, Ньютона, позволявших подтверждать математические расчеты астрономическими наблюдениями, интерес к задачам движения (механики) небесных тел стал всеобщим. Эти задачи, наряду с задачами об ударе, о колебаниях тел послужили основой для создания теоретического аппарата механики (ее физических законов и их математического описания) и практической проверки его соответствия действительности.

Описывая законы механики, необходимые для получения величины силы притяжения планеты к Солнцу, Ньютон считал их пригодными для решения и других известных ему задач. Далее эта мысль была подтверждена работами его последователей, а законы механики были использованы для решения новых задач не только небесной, но и земной механики. Задачи небесной механики в трудах Л. Эйлера, А. Клеро, Даламбера, Лагранжа стали главным полигоном для совершенствования понятий и методов теоретической механики. Задача о движении тела с одной неподвижной точкой пришла из небесной механики, свои знаменитые углы Эйлер позаимствовал из астрономии. Изучая вопрос о фигуре Земли, Клеро установил основные законы гидростатики, пришел к понятию устойчивости движения. "Аналитическая механика" Лагранжа содержит большой раздел, посвященный адаптации его уравнений к решению задач небесной механики.

Практическое изучение астрономии для нужд земледелия, ориентации на местности, наблюдения за движением небесных тел велись на протяжении тысячелетий. В XV–XVIII вв., с развитием морского судоходства, к этому добавились проблемы ориентации кораблей на море, расширились возможности визуального наблюдения неба с помощью телескопов и все это стимулировало интерес к астрономии. В 1714 г., по инициативе Ньютона, английское правительство объявило конкурс (с крупной денежной премией) за открытие астрономического способа определения долготы судна в море. Академии наук (Парижская, Петербургская и другие) объявляли конкурсы работ по небесной механике. Проблемы возникновения и формы Земли, возможности жизни на других планетах, устрой-

ства Солнечной системы, причины опоздания кометы Галлея в XVIII в. были в центре внимания не только большинства профессионалов-геометров (математиков, механиков, астрономов), но и многочисленных любителей, и даже членов светских салонов французской знати.

Однако до конца первой трети XVIII в. "Начала" Ньютона, содержащие ответы на многие вопросы небесной механики, были мало известны в континентальной Европе. Основными проводниками идей Ньютона во Франции стали Мопертюи, Клеро, Вольтер, Даламбер и дю Шателе. В 1732 г. Мопертюи опубликовал книгу "Рассуждения о форме небесных тел в системах Декарта и Ньютона", в которой кратко и доступно изложил суть взглядов Декарта и Ньютона. Первый утверждал, что Земля вытянута вдоль линии полюсов, а второй, – что сжата. Экспедиция в Лапландию (1736) окончательно убедила Мопертюи и его читателей в правоте Ньютона. Следующий шаг сделал Вольтер, опубликовавший "Философские письма об англичанах" (1733) и "Элементы философии Ньютона" (1738). Литературный талант, авторитет и энтузиазм Вольтера подтолкнули Клеро и маркизу дю Шателе к мысли об издании "Начал" Ньютона в Париже на французском языке (подлинник был на латыни). Книга, изданная уже после смерти маркизы в 1749 г., быстро стала популярной в научных кругах не только Франции, но и всей Европы как источник дальнейшего развития земной и небесной механики.

Важные достижения небесной механики связаны с именем А. Клеро. В соответствии с расчетами Э. Галлея, комета, названная его именем, должна была появиться в 1757 г. (средний период обращения – 76 лет). Однако это наглядное подтверждение верности теории всемирного тяготения Ньютона в 1757 г. не случилось. Комета опаздывала. Клеро провел огромный объем вычислений, связанных с учетом влияния Юпитера и Сатурна, и назвал новую дату (1759 г.) появления кометы Галлея в ее перигелии. Он ошибся только на 19 дней (параметры траектории кометы были неточны). Закон всемирного тяготения получил экспериментальное подтверждение, а Клеро – премию Петербургской академии наук.

Как и многие его современники, Клеро занимался созданием теории движения Луны, и одна из его работ по этой тематике также

была отмечена Петербургской академией наук. Но еще больше он известен как автор книги "Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики" (1743). Долгие годы считалось, что планеты возникли в результате отвердения некоторого объема вращающейся жидкости. Поэтому автор поставил перед собой задачу найти аналитически форму, которую примет некий объем вращающейся неоднородной жидкости, все частицы которой притягиваются друг к другу по закону всемирного тяготения. Для однородной жидкости такую проблему первым решал Ньютон (третья книга "Начал"). Клеро привел обоснование основного принципа гидростатики (при равновесии жидкой массы, сумма давлений в любой мысленно выделенной замкнутой трубке равна нулю), и показал, что Земля имеет форму эллипсоида вращения, сжатого по его оси.

Многие вопросы, обсуждаемые в этой книге, получили дальнейшее развитие в работах Даламбера, Эйлера, Лагранжа, Лапласа, Пуанкаре, Ляпунова, в частности, связанных с созданием теории устойчивости движения.

Эйлер опубликовал 97 работ, посвященных небесной механике и астрономии. В 1740 году в "Исследовании физических причин морских приливов и отливов", получившем премию Парижской академии, он изложил теорию, учитывающую не только притяжение Луны, но и инерцию и колебания водных масс. В трактате "Теория движения планет и комет" (1744) приводится аналитическое решение нескольких задач по определению орбит небесных тел. Изучению движения Луны посвящена книга "Теория движения Луны" (1753), в которой движение земного спутника рассматривается с учетом притяжения Солнца. Эта задача трех тел, как показали Клеро и Даламбер, не может быть решена в замкнутом виде.

Следующим шагом в исследовании движения Луны стал мемуар "Новая теория движения Луны" (1772), в котором Эйлер объясняет некоторые периодические особенности ее движения. Опуская математические подробности, следует сказать, что примерно через 100 лет результаты Эйлера были подтверждены французом **Эмилем Матьё** (Émile Léonard Mathieu; 1835–1890) и англичанином **Микаей Хиллом** (Micaiah John Muller Hill; 1856–1929). Линейное дифференциальное уравнение второго порядка (уравнение Хилла, 1886)

$$\ddot{y} + \mathbf{f}(t)y = 0,$$

где  $\mathbf{f}(t)$  – периодическая функция, и его частный случай – уравнение Матьё, играет важную роль в задаче трех тел и теории колебаний (в зависимости от вида  $\mathbf{f}(t)$  определяет условия устойчивости квазипериодических колебаний или возникновения флаттера (параметрического резонанса)).

Работы по небесной механике (по сферической тригонометрии, методам определения орбит небесных тел, задачам двух, трех и многих тел, теории возмущений, либрации (колебаниям) Луны) занимают важное место (более трети всех публикаций!) в научном творчестве Лагранжа. В своих работах он использовал методы математического анализа, как правило, ограничиваясь получением дифференциальных уравнений и указанием методов их решения. Получение численных решений его, как правило, не интересовало. Но такова была особенность его научного стиля. Он был математиком, теоретиком механики и практические результаты его интересовали гораздо меньше.

Наиболее значительный вклад в создание небесной механики как нового раздела аналитической механики сделал выдающийся французский математик, механик, физик, астроном – **Пьер Симон Лаплас** (Pierre-Simon de Laplace; 1749–

1827).



Пьер родился 23 марта 1749 г. в местечке Бомон-ан-Ож (департамент Кальвадос, Нормандия) в крестьянской семье. Его детские биографические сведения достаточно противоречивы. По одним сведениям, его родители были очень бедны, по другим – семья была вполне обеспеченной. Мать Пьера (Мария-Анна) происходила из благополучной фермерской семьи, а ее брат был учителем математики. Обучаясь в монашеском коллеже, Пьер, обладавший отличной памятью, проявил прекрасные способности к математике, языкам и ораторскому искусству. После окончания коллежа он поступил на богословский факультет университета г. Кана (Саен), но вскоре его оставил и переехал в Париж.

В столице 17-летний Пьер встретился с Даламбером, который быстро оценил его талант и помог ему занять место преподавателя математики Парижской военной школы.

В столице 17-летний Пьер встретился с Даламбером, который быстро оценил его талант и помог ему занять место преподавателя математики Парижской военной школы.

Вскоре у Пьера появились первые публикации в Академии наук, он мечтал стать ее членом. В 1773 г. 24-летний Лаплас был избран адъюнктом, а 1785 – пансионером Академии наук.

В 1784 г. он был назначен экзаменатором в Королевский артиллерийский корпус, где в 1785 г. экзаменовал будущего младшего лейтенанта 16-летнего Наполеона Бонапарта. В 1788 г. Лаплас женился. Жена была на 20 лет его моложе, но брак был удачным. У них родились сын, ставший позднее военным, и дочь (в 1813 г. умерла при родах). После революции 1789 года Лаплас вошел в комиссию по стандартизации мер и весов (с 1790 г. был ее председателем), но в 1793 г. был из нее уволен ("за недостаток республиканских добродетелей и ненависти к королю") и переехал в Мелен (50 км от Парижа). Здесь Лаплас начал работу над книгой "Изложение системы мира" (1796).

Но уже в 1795 г. Лаплас вернулся в Париж, где стал профессором Нормальной и Политехнической школ, членом Института Франции, пришедшего на смену Парижской академии наук, возглавил Бюро долгот и Парижскую обсерваторию. В 1799 г. Наполеон назначил своего бывшего экзаменатора Лапласа министром внутренних дел, но уже через шесть недель освободил его по причине профессиональной непригодности. Однако это не отразилось на симпатиях Наполеона к Лапласу. Вскоре Лаплас стал членом Сената, в 1803 г. – его Канцлером, был награжден орденом "Почетного Легиона" (1804), удостоен титула графа (1806).

В 1814 г., когда Наполеон утратил былое могущество, Лаплас голосовал в Сенате за низложение императора, приветствовал реставрацию Бурбонов и в числе первых присягнул на верность новому королю. В 1816 г. Лаплас получил от Людовика 18 Большой Крест Почетного Легиона, должность президента Бюро долгот и председателя комиссии по реорганизации ППШ, его выбирают в "Академию бессмертных", в 1817 г. Лаплас получил титул маркиза и стал пэром Франции, был избран академиком Академии наук (Монж и Карно были исключены).

Долгие годы Лапласа и Лагранжа связывали общие работа и научные интересы. Но взаимоотношения этих двух выдающихся ученых не всегда были безоблачными. Лаплас ревниво относился к общепризнанной славе

Лагранжа как первого математика Франции. И только природная деликатность и неколебимая порядочность Лагранжа были залогом сохранения их корректных отношений. Многие современники, коллеги-ученые, ученики Лапласа, не одобряли его "политическую гибкость", излишнюю амбициозность, но ценили его как ученого.

Диапазон научных интересов Лапласа был обширен. Многие его публикации посвящены проблемам математики, механики, физики, астрономии, но самую широкую известность он получил как один из творцов небесной механики. Еще, будучи начинающим ученым, он составил собственную программу исследований движения небесных тел, которую неукоснительно соблюдал и, благодаря своему упорству, полностью выполнил. Этому способствовало и то, что, после появления и непрерывного совершенствования телескопов, открытия новых астрономических обсерваторий, точность и диапазон астрономических наблюдений значительно возросли.

Было установлено (Кассини, Галлей, Клеро), что орбитальное движение Юпитера, Сатурна, Луны не полностью соответствуют законам Кеплера, а существуют "вековые ускорения": скорость Юпитера возрастает (он приближается к Солнцу), скорость Сатурна убывает (он удаляется от Солнца), у Луны она также переменна. Это обстоятельство стало причиной сомнений в верности закона всемирного тяготения, хотя еще сам Ньютон утверждал, что при описании движения планет, кроме силы притяжения Солнца, необходимо учитывать силы притяжения других космических тел (особенно больших планет). И тогда возник следующий вопрос: не может ли взаимное притяжение планет однажды нарушить устойчивость, стабильность Солнечной системы?

В 1773 г. 24-летний Лаплас опубликовал работу "О принципе всемирного тяготения и о вековых неравенствах планет, которые от него зависят", где установил, что средние "вековые движения" Юпитера и Сатурна равны нулю (добавочные ускорения планет иногда меняют свой знак).

В результате сложного математического анализа он установил, что взаимное притяжение планет не может нарушить целостность Солнечной системы. Вывод об устойчивости Солнечной системы был одним из важнейших достижений Лапласа, еще одним подтвержде-

нием верности закона всемирного тяготения и эффективности методов механики и математического анализа.

Через десять лет Лаплас вновь вернулся к проблеме "вековых ускорений" и показал, что у Юпитера и Сатурна они возникают по причине их гравитационного взаимодействия и изменяются периодически с периодом 929,5 лет. У Луны "вековые ускорения" также имеют периодический характер и возникают по причине изменения эксцентриситета орбиты Земли, который меняется по причине влияния на ее движение других планет. По своей теории движения Луны Лаплас достаточно точно вычислил расстояние от Земли до Солнца и величину сжатия нашей планеты у полюсов. В 1787 г. Лаплас дополнил эти результаты, показав, что основные характеристики движения планет либо остаются неизменными, либо изменяются обратимо и периодически. Таким образом, проблема стабильности Солнечной системы была, в основном, решена. Хотя позднее к ней не раз обращались другие ученые (например, А. Пуанкаре).

В 1789 г. Лаплас опубликовал первую теорию движения спутников Юпитера. Эта теория была важна не только как вклад в астрономию (были составлены более точные таблицы движений спутников Юпитера), но она имела и прикладное значение. Таблицы движений спутников использовались для определения географической долготы судна на море (тела на местности).

Работы Лапласа были посвящены и многим другим проблемам небесной механики: определению фигур небесных тел, методов расчета траекторий планет и комет, исследованию движения земных полюсов, разработке теории приливов и отливов. Все результаты, полученные им самим и его предшественниками, Лаплас свел в пятитомном "Трактате о небесной механике", публикация которого длилась 26 лет (первые два тома – 1799–1800; третий том (с посвящением Наполеону) – 1802, четвертый том – 1805, пятый том – 1825). С изданием этого трактата в науку вошло название нового направления теоретической астрономии и механики – небесная механика (термин Лапласа).

Изучение движения планет, их спутников, комет, естественно, привело к вопросу о возникновении Солнечной системы. Лаплас выдвинул гипотезу, согласно которой Солнечная система образовалась из горячей вращающейся газовой туманности, которая ок-

ружала молодое Солнце. Постепенно остывая, она сжималась под действием сил гравитационного взаимодействия (ранее подобную гипотезу высказывал немецкий философ **Иммануил Кант** (Immanuel Kant; 1724–1804)). С уменьшением размеров туманности скорость её вращения увеличивалась. Когда центробежные силы, действующие на частички туманности, стали сравнимы с силами взаимного притяжения, образовался околосолнечный диск, далее разделившийся на кольца. Эти кольца под действием силы гравитации далее превратились в планеты.

Эта точка зрения была общепринятой в астрономии более ста лет, сохранив отдельные свои положения до наших дней.

Невозможно не отметить и заслуги Лапласа-математика как одного из творцов теории вероятностей, математической "теории ошибок", автора обоснования метода наименьших квадратов, найденного Гауссом и Лежандром, операторного метода решения дифференциальных уравнений. Результаты своих математических исследований Лаплас опубликовал в "Аналитической теории вероятностей" (1812, далее переиздавалась трижды). В математику вошли такие понятия как "преобразование Лапласа", "теорема Лапласа" (одна из предельных теорем теории вероятностей, одна из теорем линейной алгебры), "интеграл Лапласа", "оператор Лапласа" ("лапласиан"), в гидродинамику – "число Лапласа", в астрономию – "плоскость Лапласа".

Лаплас является одним из основоположников молекулярной механики – механики, основанной на молекулярной теории строения вещества. Все, что не объяснялось теорией всемирного тяготения (химические свойства, явление упругости, капиллярность и иные физические явления), объяснялось молекулярным притяжением. В физике Лапласу принадлежит барометрическая формула, связывающая плотность воздуха, высоту, влажность и ускорение свободного падения. Он занимался геодезией и теорией рефракции, сравнением процессов, происходящих в живых и неживых системах (вместе с Лавуазье).

В частности, используя изобретенный ими ледяной калориметр, ученые показали, что дыхание является одной из форм окисления. Изучение дыхания положило начало его физическим исследованиям капиллярных явлений (был установлен закон капиллярного давления), теории потенциала. Он получил формулу для вычисления скорости звука в

воздухе, размышлял о движении тел с переменной массой.

Как философ Лаплас был сторонником теории детерминизма – учения о взаимосвязи взаимообусловленности происходящих процессов и явлений, о всеобщей причинности. Эти взгляды были непосредственно связаны с идеями математического моделирования природных процессов и явлений. Он утверждал, что если бы какое-то разумное существо ("демон Лапласа") знало положения и скорости всех частичек и тел Вселенной в некоторый момент времени, то, построив математическую модель движения всей этой системы точек и тел, оно могло бы точно рассчитать, предсказать все дальнейшие события в этом Мире ("Лапласов детерминизм"). Предсказать движения всех космических и земных тел, судьбы отдельных людей, народов и цивилизаций.

Последние годы жизни Лаплас провел в собственном имении в городке Аркель близ Парижа. Он готовил к изданию пятый том "Небесной механики", "Историю астрономии" (издана в 1821 г.). Лаплас был членом большинства европейских академий наук (Петербургской с 1802 г.), членом Французского географического общества, активным членом масонской ложи "Великий восток Франции" и абсолютным атеистом (несмотря на религиозное образование). Зимой 1827 г. он заболел, и 5 марта того же года его не стало. По легенде, перед смертью он сказал: "То, что мы знаем, – так ничтожно по сравнению с тем, чего мы не знаем!".

"Небесная механика" П.С. Лапласа стала настольной книгой для астрономов XIX в.

В 1781 г. английский астроном немецкого происхождения **Фредерик Уильям (Фридрих Вильгельм) Гершель** (1738–1822) открыл новую планету Уран и два ее спутника. Вскоре была вычислена ее орбита, расстояние до Солнца (19,19 астрономических единиц) и период обращения (84 года).

Однако вскоре наблюдения показали, что Уран в своем движении отклоняется от расчетной орбиты. И почти одновременно, сначала англичанин **Джон Коуч Адамс** (1819–1892), а чуть позднее француз **Урбен Жан Жозеф Леверье** (1811–1877) высказали гипотезу о существовании еще одной неиз-

вестной планеты, являющейся причиной возмущений траектории Урана.

Зная возмущения, они вычислили координаты предполагаемой планеты и сообщили об этом своим национальным обсерваториям.

Однако первым, откликнувшись на просьбу Леверье, новую планету обнаружил астроном Берлинской обсерватории **Иоганн Готтфрид Галле** (1812–1910). Так 26 сентября 1846 г. Солнечная система "пополнилась" еще одной планетой, получившей название Нептун, удаленной от Солнца на 30,07 астрономических единиц, с периодом обращения 164,8 года.

Это была мировая сенсация и триумф небесной механики.

Развитие теоретической астрономии давно стало важнейшим направлением познания основных законов устройства и развития Вселенной.

Дальнейшее расширение проводимых теоретических работ на основе использования законов классической механики, современных методов прикладной математики и технических средств высокопроизводительных вычислений станет новым стимулом для развития современной механики.

### Список литературы

1. *История механики с конца XVIII в. до середины XX в.* М.: Наука, 1972. 413 с.
2. *Веселовский И.В.* Очерки по истории теоретической механики. М.: ЛКИ, 2010. 288 с.
3. *Боголюбов А.Н.* Математики, механики. Киев: Наукова думка, 1983. 640 с.
4. *Яковлев В.И., Остапенко Е.Н.* История и методология механики. Ч. 4. Развитие механики в XVIII–XIX веках. Пермь: Изд-во ПГНИУ, 2019. 310 с.
5. *Дубошин Г.Н.* Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1968.
6. *Шарлье К.* Небесная механика. М.: Наука, 1966.
7. *Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И.* Математические аспекты классической и небесной механики. М.: ВИНТИ, 1985.
8. *Пуанкаре А.* Лекции по небесной механике. М.: Наука, 1965.

# **Problems of celestial mechanics as one of the stimuli for the development of classical mechanics**

**V. I. Yakovlev**

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia  
iakovlev@psu.ru; (342) 239 62 98

A brief outline of the problems of astronomy that became an important stimulus for the development of classical mechanics and mathematical Sciences after the XVII<sup>th</sup> century.

**Keywords:** *mechanics; motion of planets; the laws of mechanics; A. Clairaut; L. Euler; P.S. Laplace; the discovery of Uranus and Neptune.*