

УДК 004.8:519.86/.87

Математическая модель вычисления параметров простейшего воспитания цифровых двойников

О. Г. Пенский, С. И. Анисимова

Пермский государственный национальный исследовательский университет
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15
ogpensky@mail.ru; +7 342 2396309

Приведены соотношения, определяющие воспитание цифровых двойников при непрерывном воспитании и с учетом пропусков в воспитании. Эти соотношения адаптированы для простейшего воспитания роботов. Предложены математические модели аппроксимации реального воспитания цифровых двойников простейшим воспитанием. Описана компьютерная программа вычисления элементарного воспитания и коэффициента памяти простейшего воспитания цифровых двойников на основе численных значений реального воспитания человека.

Ключевые слова: робот; воспитание; коэффициенты памяти; цифровой двойник; математическая модель; психология роботов.

DOI: 10.17072/1993-0550-2020-1-53-56

Введение

В работе [1] приведена простая математическая модель непрерывного эмоционального воспитания роботов с неабсолютной памятью, которая записывается следующей формулой:

$$R_i = r_i + \theta_i R_{i-1}, \quad (1)$$

где i – порядковый номер воспитательного такта [2], r_i – элементарное воспитание робота, полученное им в конце такта i , R_i – суммарное воспитание, полученное роботом в конце такта i , θ_i – коэффициент памяти для такта i , $0 < \theta_i \leq 1 - \delta$, $0 < \delta = const < 1$.

В дальнейшем будем предполагать справедливость соотношения $r_i \geq q > 0$.

Согласно работе [3] в этом случае верно неравенство

$$R_i > R_{i-1} > 0 \quad (2)$$

для $i > 1$.

Предполагая также справедливость соотношений

$$r_i = q = const, \quad \theta_i = \theta = const, \quad (3)$$

можно записать равенство (1) в виде:

$$R_i = q + \theta R_{i-1}. \quad (4)$$

Равенство (2) назовем математической моделью простейшего воспитания цифрового двойника при непрерывном воспитании.

В работе [3] временные перерывы между воспитаниями названы фиктивными тактами. Очевидно, что для фиктивных тактов справедливо равенство $r_i = 0$, а поэтому формула (1) трансформируется в соотношение

$$R_i = \theta_i R_{i-1}, \quad (5)$$

которое при условиях (3) примет вид (6):

$$R_i = \theta R_{i-1}. \quad (6)$$

Очевидно, что для фиктивных тактов при выполнении условия $R_i > 0$ справедливо неравенство

$$R_i < R_{i-1}. \quad (7)$$

В работах [4–6] и других приведены результаты многочисленных исследований психологического поведения роботов – цифровых двойников на основе моделей простейшего воспитания, описываемых соотношениями (4) и (6).

Однако на практике при создании психологического аналога человека – цифрового двойника соотношения (3) справедливыми не являются. Поэтому возникает задача аппроксимации реального воспитательного процесса, описываемого соотношениями (1) и (5), с помощью моделей простейшего воспитания (4) и (6).

Задача аппроксимации ставит задачу определения численных значений элементарного воспитания q и коэффициента памяти θ , исходя из экспериментально полученных величин R_i при тактах и фиктивных тактах.

Отметим то, что численные значения воспитаний R_i человека для дальнейшего создания его цифрового двойника можно экспериментально определить, например, с помощью программного приложения Vibroimage компании ELSYS (СПб) [7].

Математическая модель

Предположим, что известны численные значения воспитаний R_i .

Предположим, что экспериментальные измерения величин R_i осуществлены для каждого такта или фиктивного такта, а значение i определяет порядковый номер измерения.

Тогда для вычисления коэффициентов памяти θ только при фиктивных тактах необходимо решить задачу по определению безусловного экстремума функции $I(\theta)$:

$$I(\theta) = \sum_{i=1}^n (R_i - \theta R_{i-1})^2,$$

где n – количество выполненных измерений.

Решая уравнение $\frac{dI(\theta)}{d\theta} = 0$, получим следующее соотношение для вычисления коэффициента памяти θ :

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^n R_{i-1} R_i}{\sum_{i=1}^n R_{i-1}^2}. \quad (8)$$

Предположим, что во время экспериментальных измерений, сменяя друг друга,

выполнялись – каждое по отдельности – условия (2) и (7).

Запишем функцию $J(\theta, q)$ в следующем виде:

$$J(\theta, q) = \sum_{i=1}^n \begin{cases} (R_i - q - \theta R_{i-1})^2, & \text{если } R_i > R_{i-1} \\ (R_i - \theta R_{i-1})^3, & \text{если } R_i < R_{i-1} \end{cases}.$$

Очевидно, что для аппроксимации простейшим воспитательным процессом воспитания с экспериментальными значениями R_i нужно решить следующую задачу:

$$\text{найди } \min_{\theta, q} J(\theta, q). \quad (9)$$

Вычисляя первые производные функции $J(\theta, q)$ по переменным θ и q , приравняв производные к нулю, получим систему уравнений, определяющую решение задачи (9):

$$\sum_{i=1}^n \begin{cases} R_{i-1} R_i - q R_{i-1} - \theta R_{i-1}^2, & \text{если } R_i > R_{i-1} \\ R_{i-1} R_i - \theta R_{i-1}^2, & \text{если } R_i < R_{i-1} \end{cases} = 0, \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n \begin{cases} R_i - q - \theta R_{i-1}, & \text{если } R_i > R_{i-1} \\ 0, & \text{если } R_i < R_{i-1} \end{cases} = 0. \quad (11)$$

Легко показать, что система уравнений (10)–(11) эквивалентна следующей системе:

$$q \sum_{i \in \Omega} R_{i-1} + \theta \sum_{i=1}^n R_{i-1}^2 = \sum_{i=1}^n R_{i-1} R_i, \quad (12)$$

$$q n_+ + \theta \sum_{i \in \Omega} R_{i-1} = \sum_{i \in \Omega} R_i, \quad (13)$$

где Ω – множество тех номеров i , для которых справедливо неравенство $R_i > R_{i-1}$, n_+ – количество элементов в множестве Ω .

Решая систему уравнений (12)–(13), получим соотношения для искомых величин θ и q :

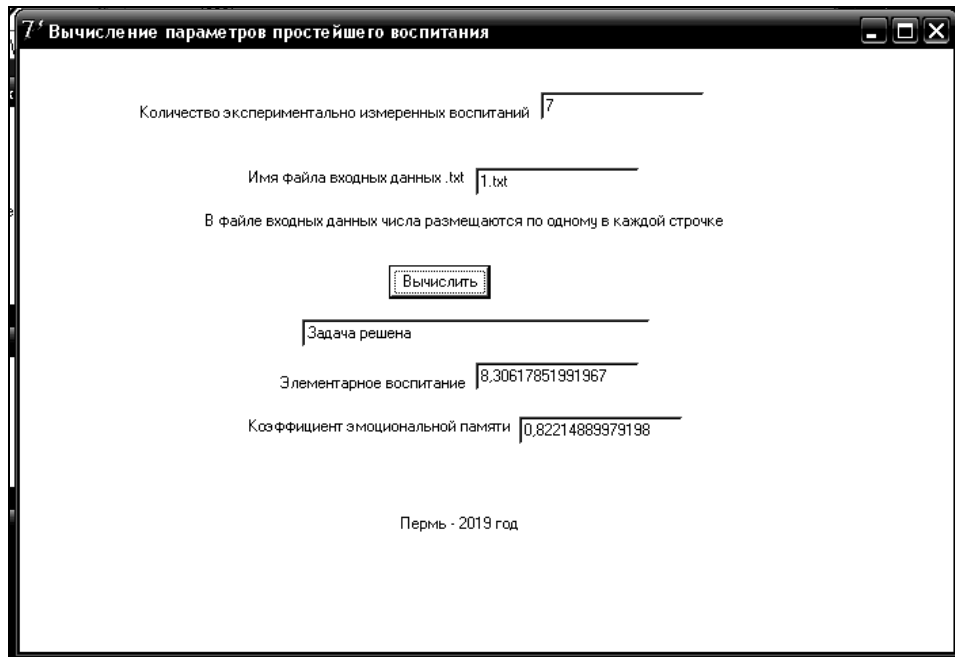
$$\theta = \frac{\sum_{i \in \Omega} R_{i-1} \sum_{i \in \Omega} R_i - n_+ \sum_{i=1}^n R_{i-1} R_i}{\left(\sum_{i \in \Omega} R_{i-1} \right)^2 - n_+ \sum_{i=1}^n R_{i-1}^2}, \quad (14)$$

$$q = \frac{\sum_{i \in \Omega} R_{i-1} \sum_{i=1}^n R_{i-1} R_i - \sum_{i=1}^n R_{i-1}^2 \sum_{i \in \Omega} R_i}{\left(\sum_{i \in \Omega} R_{i-1} \right)^2 - n_+ \sum_{i=1}^n R_{i-1}^2}. \quad (15)$$

Заметим, что система уравнений (14)–(15) позволяет найти решения θ и q только в том случае, когда множество Ω не пусто. В противном случае простейшее воспитание описывается только коэффициентом памяти θ , который удовлетворяет равенству (8).

Программная реализация модели

Для определения параметров простейшего воспитания θ и q , аппроксимирующего реальное воспитание цифрового двойника, была разработана несложная программа на языке Delphi 6. Главная форма программы приведена на рисунке.



Главная форма программы

На рисунке согласно входным параметрам модели – экспериментально измеренным воспитаниям [7], описываемым вектором $R = (26.1, 27.5, 24.3, 21.2, 28.0, 27.8, 15.7)$, программой вычислены элементарное воспитание q и коэффициент памяти θ для простейшего воспитания.

Отметим, что, исходя из теории погрешностей [8], для практической оценки рассчитанных величин необходимо оставить один знак в их дробной части.

Заключение

Таким образом, в настоящей статье приведены математические модели определения параметров простейшего воспитания, позволяющие моделировать это воспитание как для случаев наличия только тактов или фиктивных тактов, но и при условии их чередований в воспитательном процессе.

Список литературы

1. Черников К.В. Математические модели роботов с неабсолютной памятью: дис. ...

канд. физ.-мат. наук. Пермь: ПНИПУ. 2013. 138 с.

2. Шарпов Ю.А. Математическое моделирование процесса накопления роботом опыта на нескольких уровнях с учетом смены знака информационной установки // Фундаментальные и прикладные проблемы механики, математики, информатики [Электронный ресурс]: сб. докл. всеросс. науч.-практ. конф. с междунар. участием (г. Пермь, 26–28 мая 2015 г.) / гл. ред. А.П. Шкарапута; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. Электрон. дан. Пермь, 2015. С. 233–238.
3. Пенский О.Г., Шарпов Ю.А., Ощепкова Н.В. Математические модели роботов с неабсолютной памятью и приложения моделей. Пермь: Изд-во ПГНИУ. 2018. 309 с.
4. Пенский О.Г. Математические модели цифровых двойников: учеб. пособие. Пермь: Изд-во ПГНИУ. 2019. 158 с.
5. Pensky O., Sharapov Y., Chernikov K. Mathematical Models of Emotional Robots with a Non-Absolute Memory // Intelligent Control and Automation. 2013. Vol. 4, № 2. P. 115–121.

6. Шаранов Ю.А. Математические модели эмоциональных роботов, способных забывать информацию: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Екатеринбург: УрФУ им. Б.Н. Ельцина, 2019. 161 с.
7. ЭЛСИС. URL: <http://www.elsys.ru/> (дата обращения: 12.11.2019).
8. Элементарная теория погрешностей. URL: http://nashaucheba.ru/v11913/%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8_%D0%BF%D0%BE_%D0%B2%D1%8B%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D0%B9_%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B5 (дата обращения: 12.11.2019).

Mathematical model for calculating the parameters of simple education of digital twins

O. G. Pensky, S. I. Anisimova

Perm State University; 15, Bukireva st., 614990, Perm, Russia
ogpensky@mail.ru; +7 342 2396309

The paper provides relations that determine education of digital twins taking into account gaps in education under the conditions of continuous education. These ratios are adapted for the simple education of robots. The paper proposes mathematical models for approximating real education of digital twins by simple education. There is described a computer program for calculating elementary education and the memory coefficient of the simple education of digital twins based on the numerical values of a person's real education.

Keywords: *robot; education; memory coefficients; digital twins; mathematical model; robot psychology.*