

УДК 551.582.2

Фрактальные характеристики рядов базовых климатических параметров в г. Перми

В. Ю. Митин

Пермский государственный национальный исследовательский университет
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15
victormitin@ya.ru; 8(342) 229-15-35

Получены значения индекса фрактальности рядов базовых климатических параметров для Перми: температуры, давления, скорости ветра, относительной влажности, облачности, осадков для различных временных диапазонов и в разные месяцы. Установлено, что характерные значения индекса фрактальности температуры и давления ниже, чем для облачности и скорости ветра. Определен вид зависимости индекса фрактальности от длины ряда в диапазоне нескольких лет и от длины шага. Установлен характер корреляции между индексами фрактальности различных климатических параметров, а также между индексами фрактальности и среднегодовыми значениями климатических параметров.

Ключевые слова: *фрактальная размерность; климатические ряды; метод минимального покрытия.*

DOI: 10.17072/1993-0550-2020-1-47-52

Введение

В настоящее время проблема изменения климата становится чрезвычайно актуальной. Глобальное потепление, повышение уровня океана [1] и другие опасные климатические тенденции создают угрозу масштабных природных катастроф. Характер изменения базовых климатических показателей значительно влияет на жизнь и здоровье человека, а также на многие сферы его жизнедеятельности, на состояние окружающего мира и сохранение экологического баланса.

Большое значение для изучения климатических процессов и предотвращения негативных явлений имеет развитие описательных и прогностических математических моделей. В частности, для исследования глубинных характеристик динамики климатических показателей используется статистический анализ с применением современных математических подходов [2], например методов спектрального анализа [3].

В ряде публикаций, например [4–6], для исследования климатических рядов используются фрактальные методы, которые стано-

вятся все более популярными в разных областях науки. Данный подход основан на оценке фрактальной размерности [7] – количественной меры степени изрезанности графика климатического ряда и характеристики его детерминированности или хаотичности. Эффективным методом оценки фрактальной размерности через индекс фрактальности является метод минимального покрытия [8].

В статье [9] получены характерные значения индексов фрактальности для рядов различных климатических показателей в разных городах России и мира. В данной статье дается более подробный анализ фрактального поведения рядов климатических показателей конкретно для Перми, описаны его локальные закономерности, в частности изучена динамика изменения фрактальных свойств за большой промежуток времени.

1. Индекс фрактальности и метод минимального покрытия

Согласно определению фрактальной размерности Хаусдорфа–Безиковича, она определяется соотношением

$$D = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N(\delta)}{\log\left(\frac{1}{\delta}\right)}, \quad (1)$$

где $N(\delta)$ – минимальное количество шаров радиуса δ , покрывающих это множество.

Таким образом, величина D в формуле (1) характеризует скорость расходимости $N(\delta)$ в зависимости от масштабного фактора δ .

На практике для оценки фрактальной размерности используются разнообразные методы [10], одним из которых является метод минимального покрытия [8].

В этом методе значение μ индекса фрактальности ряда f (т.е. разности между фрактальной и топологической размерностью) оценивается по формуле

$$V_f(\delta) \equiv \sum_i A_i(\delta) \approx \delta^{-\mu}. \quad (2)$$

В формуле (2) $V_f(\delta)$ – полная амплитудная вариация, т.е. сумма локальных размахов $A_i(\delta)$ (разностей между локальным максимумом и минимумом на каждом отрезке разбиения) функции f разбиения с масштабом δ .

Зависимость вида (2) определяется для заданной последовательности разбиений путем использования линейной регрессии с помощью метода наименьших квадратов.

Последовательность разбиений интервалов во всех расчетах строится одинаково: она состоит из 9 разбиений, в которых каждый отрезок, кроме последнего, содержит по 2, 3, ..., 10 точек соответственно.

Индекс фрактальности μ связан с фрактальной размерностью соотношением:

$$D_\mu(f) = 1 + \mu(f). \quad (3)$$

Величина μ в формуле (3) принимает значения из диапазона $[0, 1]$ и характеризует степень изрезанности (шероховатости) графика ряда f : чем выше значение μ , тем более изрезанным является график.

С другой стороны, индекс фрактальности связан со степенью случайности или детерминированности (трендовости) ряда. Значение μ около 0,5 соответствует случайному ряду.

Для трендовых рядов значения μ отклоняются: в сторону нуля для персистентных

рядов (склонных к сохранению тенденции) или в сторону единицы для антиперсистентных рядов (склонных к изменению тенденции).

Известны примеры использования метода минимального покрытия для рядов небольшой длины, содержащих около 30 точек, в частности, в экономике. В этом случае индекс фрактальности может использоваться как комплексная характеристика для сопоставления изрезанности (шероховатости) рядов, даже при отсутствии хорошей сходимости последовательности аппроксимаций.

2. Метеорологические данные

В данной работе были использованы следующие источники метеорологических данных.

1. Данные D_1 среднесуточных значений температуры t (°C) и суточных сумм осадков o (мм) в г. Перми за 90 лет (с 1930 г. по 2019 г.). Источник – специализированные массивы, представленные Всероссийским научно-исследовательским институтом гидрометеорологической информации (ВНИИГМИ-МЦД), г. Обнинск [11].

2. Данные D_2 среднесуточных значений температуры t (°C), атмосферного давления p (гПа), относительной влажности воздуха f (%), скорости ветра v (м/с), облачности c (в баллах) и суточных сумм осадков o (мм) в г. Перми за 40 лет (с 1978 г. по 2018 г., за исключением 1995 г.) [12].

Для некоторых климатических параметров (например, температуры) характерно наличие суточных, годовых и долгосрочных циклов изменения, которые могут оказывать влияние на фрактальные свойства климатических рядов.

В пределах рассматриваемого временного масштаба существенным является годовой цикл. Поэтому фрактальный анализ выполнен не только для исходных климатических рядов, но и для рядов аномалий, т.е. отклонений текущих значений погодных параметров от усредненных за все годы наблюдения значений этих параметров за соответствующий период – климатической нормы.

3. Индекс фрактальности рядов среднесуточных значений температуры и суточных сумм осадков

На основе набора данных D_1 вычислены величины индекса фрактальности рядов сред-

несуточных значений температуры и суточных сумм осадков за каждый год с 1930 по 2019 г.

Результаты приведены на рис. 1.

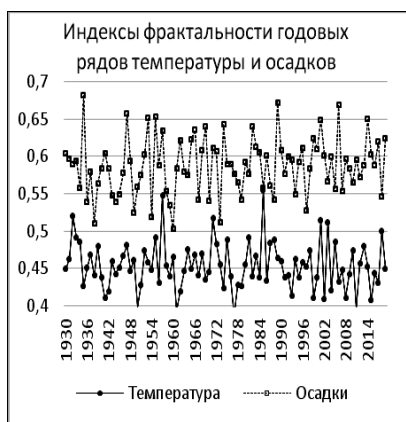


Рис. 1. Динамика годовых индексов фрактальности рядов температур (сплошная линия, маркер "круг") и осадков (пунктирная линия, маркер "квадрат")

Из данных рис. 1 следует, что индекс фрактальности для температурного ряда обычно принимает более низкие значения, чем для ряда осадков.

Таким образом, для температуры в большей степени характерны тренды (постепенное потепление или похолодание в течение нескольких суток).

Величина $\mu(t)$ изменяется в диапазоне 0.387–0.555 (в среднем 0.454), а $\mu(o)$ – в диапазоне 0.503–0.682 (среднее значение составляет 0.588).

В табл. 1 приведены средние значения $\mu(t)$ и $\mu(o)$ за тридцатилетние периоды.

Таблица 1. Динамика изменения средних значений $\mu(t)$ и $\mu(o)$

Средние значения μ	I (1930–1959)	II (1960–1989)	III (1990–2019)
$\mu(t)$	0.458	0.456	0.448
$\mu(o)$	0.582	0.588	0.594

Таким образом, средние величины значений $\mu(t)$ и $\mu(o)$ являются достаточно устойчивыми, хотя в динамике изменения $\mu(t)$ наблюдается незначительное понижение, а для $\mu(o)$ – напротив, небольшой рост значений индекса фрактальности.

На корреляционной диаграмме (рис. 2) кругом обозначены точки, относящиеся к

первому временному диапазону (1930–1959), квадратом – ко второму (1960–1989), треугольником – к третьему (1990–2019).

В целом по году для корреляции между $\mu(t)$ и $\mu(o)$ наблюдается переход от прямой корреляции к обратной.

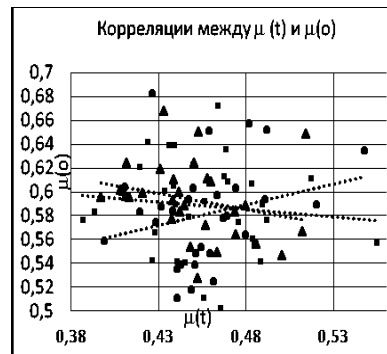


Рис. 2. Корреляционная диаграмма

В табл. 2 приведены средние величины индексов фрактальности рядов месячных рядов t и o для каждого месяца.

Таблица 2. Значения $\mu(t)$ и $\mu(o)$ по месяцам

$\mu(t), \mu(o)$	$\mu(t)$	$\mu(o)$
Январь	0.439	0.602
Февраль	0.429	0.580
Март	0.468	0.537
Апрель	0.417	0.522
Май	0.432	0.538
Июнь	0.418	0.555
Июль	0.415	0.528
Август	0.400	0.534
Сентябрь	0.430	0.560
Октябрь	0.425	0.581
Ноябрь	0.433	0.572
Декабрь	0.442	0.580

Из данных табл. 2 следует, что изрезанность графиков температуры и осадков в летние месяцы ниже, чем в зимние. Следовательно, индексы фрактальности температуры и осадков имеют определенный годовой цикл.

4. Индекс фрактальности рядов среднесуточных значений и аномалий различных климатических параметров

На основе данных D_2 вычислены средние значения за 40 лет индекса фрактальности годовых рядов суточных значений температуры t , давления p , влажности f , скорости ветра

v , облачности c , осадков o , а также индекса фрактальности соответствующих рядов аномалий $A(t), A(p), A(f), A(v), A(c), A(o)$.

Данные приведены в табл. 3.

Таблица 3. Средние индексы фрактальности рядов среднесуточных значений климатических переменных и аномалий (за 40 лет)

Параметр	μ (ср)	Параметр	μ (ср)
t	0.454	A(t)	0.461
p	0.437	A(p)	0.437
f	0.579	A(f)	0.579
v	0.621	A(v)	0.621
c	0.616	A(c)	0.612
o	0.589	A(o)	0.601

Результаты вычислений показывают, что значения индексов фрактальности годовых рядов среднесуточных значений климатических параметров и их аномалий отличаются слабо. Среди исследованных параметров самые низкие значения индекса фрактальности имеют температура и давление, самые высокие – скорость ветра и облачность.

Обозначим $\mu(par, k)$ среднее значение индекса фрактальности климатического параметра par по рядам длиной k лет с шагом в 1 сутки. Усреднение происходит по 41- k периодам длиной k лет с шагом смещения 1 год. Например, при $k=5$ получается 36 периодов: 1978–1982, 1979–1983, ..., 2014–2018.

Тогда зависимость $\mu(t, k)$ от k будет иметь вид, приведенный на рис. 3.

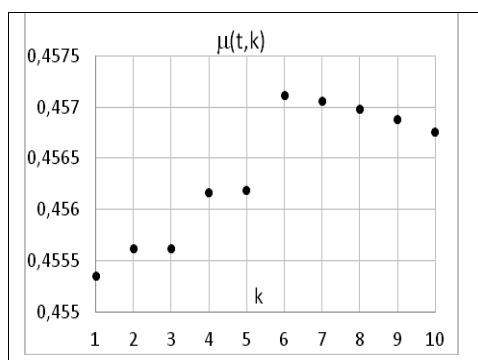


Рис. 3. Зависимость индекса фрактальности от длины ряда в диапазоне 1–10 лет

По графику на рис. 3 можно сделать вывод о том, что индекс фрактальности температуры слабо зависит от длины ряда при постоянном шаге.

С другой стороны, он может существенно зависеть от масштаба измерения (длины шага).

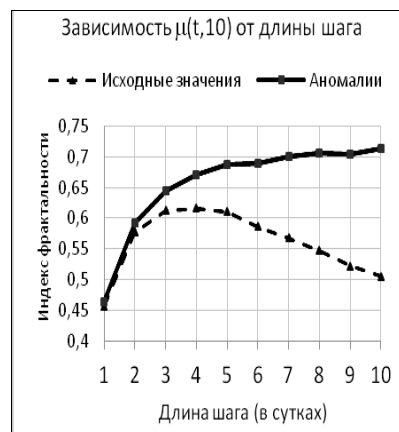


Рис. 4. График зависимости $\mu(t,10)$ от длины шага

Из графика на рис. 4 видно, что с ростом длины шага значения индексы фрактальности ряда аномалий температуры становятся заметно выше, чем индексы фрактальности ряда исходных среднесуточных температур.

На рис. 5–7 приведены диаграммы временной зависимости индекса фрактальности различных климатических параметров для пятилетних периодов: 1) 1978–1982, 2) 1979–1983, ..., 35) 2014–2018 ($k=5$).

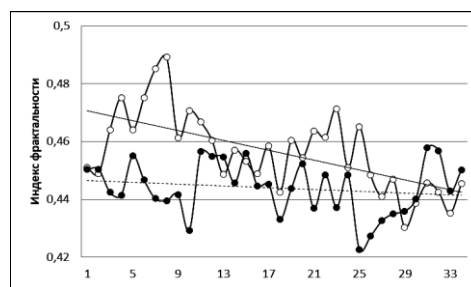


Рис. 5. Временная зависимость индекса фрактальности температуры (белый круг) и давления (черный круг)

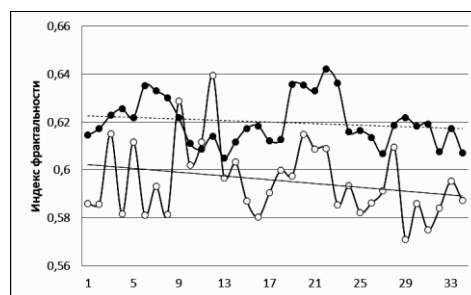


Рис. 6. Временная зависимость индекса фрактальности осадков (белый круг) и облачности (черный круг)

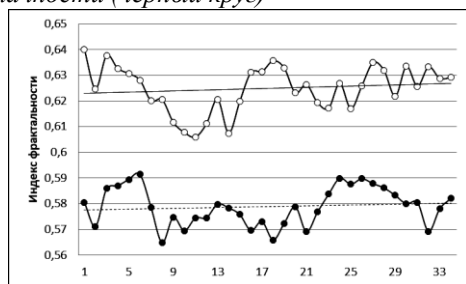


Рис. 7. Временная зависимость индекса фрактальности скорости ветра (белый круг) и влажности (черный круг)

Индексы фрактальности температуры и давления (рис. 5) меньше 0,5, что свидетельствует о трендовом (персистентном) характере изменения этих параметров.

Индексы фрактальности влажности, скорости ветра, облачности и осадков (рис. 6, рис. 7) больше 0,5 – это свидетельствует об антиперсистентности этих параметров.

Построение прямых линейной корреляции показывает, что с течением времени индекс фрактальности температуры падает, что означает увеличение трендовости температурных изменений.

Максимальные отклонения индексов фрактальности за исследуемый период для температуры составляют 14 %, для осадков – 12 %, для давления – 9 %, для облачности и скорости ветра – 6 %, для влажности – 5 %.

Вычислены коэффициенты корреляции между временными распределениями индексов фрактальности различных климатических параметров ($k=5$). Данные приведены в табл. 4.

Таблица 4. Коэффициенты корреляции между индексами фрактальности пятилетних рядов различных климатических параметров

r	$\mu(t)$	$\mu(p)$	$\mu(f)$	$\mu(v)$	$\mu(c)$	$\mu(o)$
$\mu(t)$	1	0.22	-0.11	-0.38	0.49	0.21
$\mu(p)$	0.22	1	-0.07	-0.12	0.06	0.32
$\mu(f)$	-0.11	-0.07	1	0.37	0.19	-0.38
$\mu(v)$	-0.38	-0.12	0.37	1	0.17	-0.49
$\mu(c)$	0.49	0.06	0.19	0.17	1	0.17
$\mu(o)$	0.21	0.32	-0.38	-0.49	0.17	1

Рассмотрение различных вариантов показало следующее: обнаружена средняя положительная корреляция между индексами фрактальности скорости ветра и влажности ($r = 0.37$), температуры и облачности ($r = 0.49$), давления и осадков ($r = 0.32$); средняя отрица-

тельная корреляция между индексами фрактальности влажности и осадков ($r = -0.38$), температуры и скорости ветра ($r = -0.38$), скорости ветра и осадков ($r = -0.49$).

Для остальных пар климатических параметров существенных корреляций не наблюдается.

Также рассчитаны коэффициенты линейной корреляции между индексами фрактальности рядов климатических параметров за год и среднегодовыми значениями параметров t, p, f, v, c, o (табл. 5).

Таблица 5. Коэффициенты линейной корреляции между индексами фрактальности и среднегодовыми значениями параметров

r	t	p	f	v	c	o
$\mu(t)$	0.21	0.19	-0.06	-0.08	-0.44	-0.49
$\mu(p)$	-0.27	-0.32	0.13	0.51	0.09	0.27
$\mu(f)$	-0.09	-0.10	0.29	0.27	0.31	0.48
$\mu(v)$	-0.03	-0.19	-0.09	0.35	0.16	0.12
$\mu(c)$	0	-0.03	0.01	-0.02	0.01	-0.21
$\mu(o)$	0.04	-0.21	0.10	-0.07	0.11	0.3

Из данных табл. 5 следует, что наиболее выраженные положительные корреляции наблюдаются в парах ($\mu(f), o$) и ($\mu(p), v$), а наиболее сильные отрицательные корреляции – в парах ($\mu(t), c$) и ($\mu(t), o$).

Заключение

Таким образом, определены характерные диапазоны значений индекса фрактальности для рядов значений различных климатических параметров в г. Перми. В связи с наличием суточного, годового и других циклов изменения климатических параметров, индексы фрактальности могут существенно зависеть от масштаба (размер шага, длина ряда, последовательность аппроксимаций).

Установлено, что индексы фрактальности также имеют определенные годовые циклы и долгосрочные тренды (например, индекс фрактальности температуры снижается, а для осадков – повышается).

Если рассматривать годовые ряды суточных значений климатических параметров, то наиболее трендовыми (устойчивыми) являются температура и давление. Между значениями некоторых климатических параметров и их индексами фрактальности установлена корреляция.

Полученные значения индекса фрактальности могут использоваться, например,

при построении статистических моделей долгосрочного прогнозирования погоды.

Список литературы

1. МГЭИК, 2014: Изменение климата, 2014 г.: Обобщающий докл.: Вклад Рабочих групп I, II и III в Пятый оценочный доклад Межправительственной группы экспертов по изменению климата [основ. гр. авторов, Р.К. Пачаури и Л.А. Мейер (ред.)]. МГЭИК, Женева, Швейцария. 2014. 163 с.
2. Михалач С.Г., Мингалёв Д.Э., Евдокимов С.И. Использование анализа временных рядов в изучении многолетних температурных изменений // Вестник Псковского государственного университета. Серия "Естественные и физико-математические науки". 2014. № 4. С. 17–24.
3. Данова Т.Е., Перельгин Б.В. Спектрально-временной анализ длиннопериодных климатических рядов на примере Гренландской скважины // Геофизический журнал. Киев: Наукова думка, 2016. Т. 38, № 3. С. 117–127.
4. Солнцев Л.А., Иудин Д.И., Снегирева М.С., Гелашвили Д.Б. Фрактальный анализ векового хода средней температуры воздуха в г. Нижнем Новгороде // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2007. № 4. С. 88–91.
5. Кузьминых Е.В. Фрактальный анализ климатических рядов: магистерская диссертация. СПб., 2012. 84 с.
6. Волегов С.В. Измерение фрактальной размерности одномерных рядов // Междисциплинарные исследования: сб. матер. конф. Пермь, 2013. Т. 1. С. 76–78.
7. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 261 с.
8. Дубовиков М.М., Крянев А.В., Старченко Н.В. Размерность минимального покрытия и локальный анализ фрактальных временных рядов // Вестник РУДН. 2004. Т. 3. № 1. С. 30–44.
9. Аптуков В.Н., Митин В.Ю. Фрактальный анализ метеорологических рядов с помощью метода минимального покрытия // Географический вестник. 2019. № 2(49). С. 67–79.
10. Gallant J.C. [et al.]. Estimating fractal dimension of profiles: a comparison of methods // Mathematical Geology. 1994. Vol. 265, № 4. P. 455–481.
11. URL: <http://meteo.ru/data> (дата обращения: 25.01.2020).
12. URL: <http://www.pogodaiklimat.ru> <http://meteo.ru/data> (дата обращения: 25.01.2020).

Fractal characteristics of the series of basic climatic parameters in Perm

V. Yu. Mitin

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia
victormitin@ya.ru; 8(342) 229-15-35

The article provides the fractal index values of the series of basic climatic parameters for Perm: temperature, pressure, wind speed, relative humidity, cloud cover, precipitation for different time ranges and in different months. It was found that the characteristic fractal index values of temperature and pressure are lower than those for cloud cover and wind speed. The type of dependence of the fractal index on series length in the range of several years and on the length of the step is determined. The nature of the correlation between the fractal indices of various climate parameters, as well as between the fractal indices and the average annual values of climate parameters, is established.

Keywords: *fractal dimension; relief; method of minimal coverings; fractal index.*