

УДК 519.7

Сравнительный анализ качества коррекции полета точки по критерию "минимум силы" для различных видов норм вектора "силы"

С. В. Лутманов

Пермский государственный национальный исследовательский университет
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15
mpu@psu.ru; 8 (342) 239-63-09

Решается задача коррекции управляемого полета точки, движущейся в горизонтальной плоскости и испытывающей сопротивление, пропорциональное квадрату скорости. Коррекция осуществляется путем введения дополнительного управления, обращающего в ноль фазовый вектор некоторого виртуального линейного динамического объекта в момент времени, предшествующий попаданию точки в цель. Оптимизация дополнительного управления производится по критерию "минимум силы" [1]. При этом рассмотрены три случая различных видов нормы вектора силы. Приводится сравнительный анализ качества управления для этих случаев.

Ключевые слова: базовое движение; возмущенное движение; линеаризованная система уравнений; программное управление; оптимальное управление; критерий качества.

DOI: 10.17072/1993-0550-2020-1-33-39

Введение

Данная статья продолжает цикл исследований, представленный в работах [2–6]. В ней решается задача коррекции управляемого полета точки, движущейся в горизонтальной плоскости и испытывающей сопротивление, пропорциональное квадрату скорости. На плоскости имеется препятствие в форме компактного выпуклого множества. Управление точкой производится на заданном промежутке времени посредством силы, приложенной к точке. Цель управления – перевести точку из начального положения в заданное конечное положение так, чтобы избежать столкновения с препятствием.

В работе [6] подобран базовый закон движения точки, удовлетворяющий сформулированным требованиям, и построено базовое управление, реализующее этот закон, в предположении, что начальные условия для точки являются базовыми.

В связи с тем, что реальные начальные условия для точки не совпадают с базовыми начальными условиями, базовое управление

требуется корректировать. Коррекция осуществляется путем введения дополнительных управлений, которые входят в дифференциальные уравнения движения точки аддитивно базовому управлению. Закон изменения дополнительных управлений определяется из условия обращения в ноль фазового вектора некоторого виртуального управляемого линейного динамического объекта в момент времени, предшествующий моменту попадания точки в цель.

Динамика линейного объекта описывается дифференциальными уравнениями движения точки, линеаризованными в окрестности пары "базовое управление, базовое движение". Обнуление фазового вектора линейного объекта в некоторый момент времени означает совмещение в этот момент времени корректируемого закона движения точки с базовым законом движения. В дальнейшем дополнительное управление отключается и, в силу теоремы существования и единственности решения дифференциальных уравнений, дальнейший полет точки будет происходить по базовому закону движения.

В работе [6] задача обнуления фазового вектора линейного динамического объекта была расширена требованием оптимальности дополнительного управления по критерию "минимум энергии" [1]. В данной статье оптимизация дополнительного управления производится по критерию "минимум силы" [1]. При этом рассмотрены три случая различных видов нормы вектора силы.

1. Линейный управляемый динамический объект

Динамика линейного управляемого объекта, получающегося в результате линеаризации исходных уравнений движения точки [6] в окрестности пары "базовое управление, базовое движение", описывается обыкновенным векторным дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = A(t)x + Bu, \quad t \in [t_0, T], \quad (1)$$

где

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial q_3} \left(-\frac{k}{m} q_3 \cdot \sqrt{q_3^2 + q_4^2} \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial q_3} \left(-\frac{k}{m} q_4 \cdot \sqrt{q_3^2 + q_4^2} \right) & 0 \end{pmatrix},$$

$$\left. \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \frac{\partial}{\partial q_4} \left(-\frac{k}{m} q_3 \cdot \sqrt{q_3^2 + q_4^2} \right) \\ \frac{\partial}{\partial q_4} \left(-\frac{k}{m} q_4 \cdot \sqrt{q_3^2 + q_4^2} \right) \end{matrix} \right|_{\substack{q_1 = \hat{q}_1(t) \\ q_2 = \hat{q}_2(t) \\ q_3 = \hat{q}_3(t) \\ q_4 = \hat{q}_4(t)}},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in R^4, \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \in R^2.$$

Базовый закон движения точки записывается в виде

$$\hat{q}_1(t) = \frac{x_T}{T-t_0} \cdot t, \quad \hat{q}_2(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3,$$

$$\hat{q}_3(t) = \frac{x_T}{T-t_0}, \quad \hat{q}_4(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2,$$

где коэффициенты a_0, a_1, a_2, a_3 определяются из условия

$$\hat{y}(t_0) = 0, \quad \dot{\hat{y}}(t_0) = \frac{y_T}{T-t_0}, \quad \hat{y}(T) = y_T,$$

$$\hat{y} \left(\begin{matrix} x_* \\ x_T \end{matrix} (T-t_0) \right) = y_*$$

а (x_*, y_*) – точка, достаточно удаленная от препятствия.

Пусть $T_1 \in [t_0, T] \rightarrow R^2$ и $x_0 \in R^4$. Символом $\Pi[t_0, T_1]$ обозначим множество всех программных управлений линейным динамическим объектом (1) на промежутке времени $[t_0, T_1]$. Для линейного динамического объекта (1) ставится задача оптимального управления.

Задача 1. Определить программное управление $u^0(\cdot) \in \Pi[t_0, T_1]$, для которого у движения $x(\cdot, t_0, x_0, u^0(\cdot))$ динамического объекта (3), порожденного этим управлением, обращается в ноль фазовый вектор в момент времени T_1 , т. е. имеет место равенство

$$x(T_1, t_0, x_0, u^0(\cdot)) = 0, \quad (2)$$

и среди других управлений $u(\cdot) \in \Pi[t_0, T_1]$, удовлетворяющих условию (2), выделяется тем, что минимизирует величину

$$I_{\text{сил}}[u(\cdot)] = \max_{t \in [t_0, T_1]} \|u(t)\|. \quad (3)$$

В монографии [1] критерий (3) носит название "минимум силы".

В статье рассмотрены три вида нормы вектора управляющих параметров:

$$\|u\|_1 = \sqrt{\sum_{i=1}^r u_i^2}, \quad \|u\|_2 = \sum_{i=1}^r |u_i|,$$

$$\|u\|_3 = \max_{i \in \{1, \dots, r\}} |u_i|, \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_r \end{pmatrix} \in R^r. \quad (4)$$

Заметим, что для всех перечисленных видов норм критерий (3) удовлетворяет следующим требованиям:

- 1) $I_{cul} [u(\cdot)] \geq 0, u(\cdot) \in \Pi [t_0, T_1];$
- 2) $I_{cul} [u_1(\cdot) + u_2(\cdot)] \leq I_{cul} [u_1(\cdot)] + I_{cul} [u_2(\cdot)],$
 $u_1(\cdot), u_2(\cdot) \in \Pi [t_0, T_1];$
- 3) $I_{cul} [\lambda u(\cdot)] = |\lambda| I_{cul} [u(\cdot)],$
 $u(\cdot) \in \Pi [t_0, T], \lambda \in R^1.$

Последнее обстоятельство позволяет применить метод максимина Н.Н. Красовского [1] для решения задачи 1. Для проведения численных экспериментов принимается

$$\begin{aligned} t_0 &= 0 \text{ сек}, T = 10 \text{ сек}, T_1 = 3 \text{ сек}, \\ k &= 0.45, m = 100 \text{ кг}, \\ a_0 &= 0 \text{ м}, a_1 = 25 \frac{\text{м}}{\text{сек}}, \\ a_2 &= 87512 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}, a_3 = 17524 \frac{\text{м}}{\text{сек}^3}, \\ x_{10} &= 30 \text{ м}, x_{20} = -30 \text{ м}, \\ x_{30} &= 400 \frac{\text{м}}{\text{сек}} \text{ м}, x_{40} = -75 \frac{\text{м}}{\text{сек}}. \end{aligned}$$

2. Решение задачи оптимального управления линейным динамическим объектом методом максимина

Пусть $X [t, \tau], t, \tau \in [t_0, T_1]$ – фундаментальная матрица Коши для однородной системы дифференциальных уравнений $\dot{x} = A(t)x$. Полагаем

$$c = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = -X [T_1, t_0] x_0,$$

$$H [t] = \begin{pmatrix} h_1^{[1]}(t) & h_2^{[1]}(t) \\ h_1^{[2]}(t) & h_2^{[2]}(t) \\ h_1^{[3]}(t) & h_2^{[3]}(t) \\ h_1^{[4]}(t) & h_2^{[4]}(t) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} h^{[1]}(t) \\ h^{[2]}(t) \\ h^{[3]}(t) \\ h^{[4]}(t) \end{pmatrix} = B \cdot X [T_1, t], \quad t \in [t_0, T_1].$$

Решение задачи 1 методом максимина осуществляется в три этапа [1].

1. Определяется норма $\rho[\cdot]$ на пространстве двумерных интегрируемых вектор-функций $h(\cdot) = \begin{pmatrix} h_1(\cdot) \\ h_2(\cdot) \end{pmatrix}$, определенных на промежутке $[t_0, T_1]$ из условия

$$\rho [h(\cdot)] = \max_{I_{cul}[u(\cdot)] \leq 1} \int_{t_0}^{T_1} \langle h(\tau), u(\tau) \rangle d\tau.$$

2. Ставится и решается задача математического программирования

$$\rho \left[\sum_{j=1}^4 l_j^0 h^{[j]}(\cdot) \right] = \min_{\sum_{j=1}^4 l_j c_j = 1} \rho \left[\sum_{j=1}^4 l_j h^{[j]}(\cdot) \right].$$

На базе ее решения $l^0 = \begin{pmatrix} l_1^0 \\ l_2^0 \\ l_3^0 \\ l_4^0 \end{pmatrix} \in R^4$ строится

"минимальный элемент"

$$h^0(\cdot) = \sum_{j=1}^4 l_j^0 h^{[j]}(\cdot)$$

и вычисляется его норма

$$\rho^0 = \rho [h^0(\cdot)] = \rho \left[\sum_{j=1}^4 l_j^0 h^{[j]}(\cdot) \right].$$

3. Строится оптимальное управление $u^0(\cdot)$, как решение следующей задачи на максимум:

$$\int_{t_0}^{T_1} \langle u^0(\tau), h^0(\tau) \rangle d\tau = \max_{I_{cul}[u(\cdot)] = \frac{1}{\rho^0}} \int_{t_0}^{T_1} \langle u(\tau), h^0(\tau) \rangle d\tau.$$

Ниже приводится реализация этого алгоритма для каждого из видов норм, перечисленных в выражении (4).

3. Случай нормы $\|u\|_1 = \sqrt{\sum_{i=1}^2 u_i^2}$

В первом пункте алгоритма находится

$$\begin{aligned} \rho_1 [h(\cdot)] &= \\ &= \max_{\substack{\max_{t \in [t_0, T_1]} \sqrt{u_1^2(t) + u_2^2(t)} \leq 1 \\ t_0}} \int_{t_0}^{T_1} (h_1(\tau) u_1(\tau) + h_2(\tau) u_2(\tau)) d\tau = \\ &= \int_{t_0}^{T_1} \sqrt{h_1^2(\tau) + h_2^2(\tau)} d\tau. \end{aligned}$$

Во втором пункте алгоритма решается задача математического программирования

$$\begin{aligned} \rho_1^0 &= \rho_1 [h^0(\cdot)] = \rho_1 \left[\begin{pmatrix} h_1^0(\cdot) \\ h_2^0(\cdot) \end{pmatrix} \right] = \\ &= \rho_1 \left[\begin{pmatrix} \sum_{j=1}^4 l_j^0 h_1^{[j]}(\cdot) \\ \sum_{j=1}^4 l_j^0 h_2^{[j]}(\cdot) \end{pmatrix} \right] = \\ &= \min_{\sum_{i=1}^4 l_i c_i = 1} \int_{t_0}^{T_1} \left[\left(\sum_{j=1}^4 l_j h_1^{[j]}(\tau) \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^4 l_j h_2^{[j]}(\tau) \right)^2 \right] d\tau. \end{aligned}$$

В третьем пункте алгоритма определяется оптимальное управление $u^0(\cdot) = \begin{pmatrix} u_1^0(\cdot) \\ u_2^0(\cdot) \end{pmatrix}$

из условия

$$\begin{aligned} &\int_{t_0}^{T_1} (h_1^0(\tau) u_1^0(\tau) + h_2^0(\tau) u_2^0(\tau)) d\tau = \\ &= \max_{t \in [t_0, T_1]} \sqrt{u_1^2(t) + u_2^2(t)} = \frac{1}{\rho_1^0} \int_{t_0}^{T_1} (h_1^0(\tau) u_1(\tau) + h_2^0(\tau) u_2(\tau)) d\tau. \end{aligned}$$

В результате получим

$$\begin{aligned} u^0(t) &= \begin{pmatrix} u_1^0(t) \\ u_2^0(t) \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{\rho_1^0 \cdot \sqrt{\left\langle \sum_{j=1}^4 l_j^0 \begin{pmatrix} h_1^{[j]}(t) \\ h_2^{[j]}(t) \end{pmatrix}, \sum_{j=1}^4 l_j^0 \begin{pmatrix} h_1^{[j]}(t) \\ h_2^{[j]}(t) \end{pmatrix} \right\rangle}} \times \\ &\quad \times \sum_{j=1}^4 l_j^0 \begin{pmatrix} h_1^{[j]}(t) \\ h_2^{[j]}(t) \end{pmatrix}, t \in [t_0, T_1]. \end{aligned}$$

Ниже на рис. 1 и рис. 2 представлены графики компонент оптимального управления в функции времени, полученные в численном эксперименте.

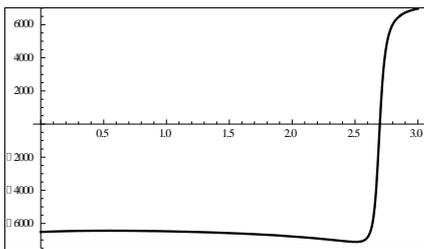


Рис. 1

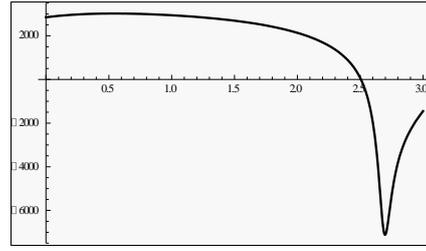


Рис. 2

Заметим, что норма $\|\cdot\|_1$ оптимального управления $u^0(\cdot)$ постоянна в течение всего процесса управления.

Действительно,

$$\begin{aligned} \|u^0(t)\|_1 &= \sqrt{\langle u^0(t), u^0(t) \rangle} = \\ &= \sqrt{\frac{\left\langle \sum_{j=1}^4 l_j^0 \begin{pmatrix} h_1^{[j]}(t) \\ h_2^{[j]}(t) \end{pmatrix}, \sum_{j=1}^4 l_j^0 \begin{pmatrix} h_1^{[j]}(t) \\ h_2^{[j]}(t) \end{pmatrix} \right\rangle}{\left(\rho_1^0 \right)^2 \cdot \left\langle \sum_{j=1}^4 l_j^0 \begin{pmatrix} h_1^{[j]}(t) \\ h_2^{[j]}(t) \end{pmatrix}, \sum_{j=1}^4 l_j^0 \begin{pmatrix} h_1^{[j]}(t) \\ h_2^{[j]}(t) \end{pmatrix} \right\rangle}} = \\ &= \frac{1}{\rho_1^0} = const, \quad t \in [t_0, T_1]. \end{aligned}$$

4. Случай нормы $\|u\|_2 = \sum_{i=1}^2 |u_i|$

В первом пункте алгоритма находится

$$\begin{aligned} \rho_2 [h(\cdot)] &= \\ &= \max_{t \in [t_0, T_1]} \int_{t_0}^{T_1} (h_1(\tau) u_1(\tau) + h_2(\tau) u_2(\tau)) d\tau = \\ &= \int_{t_0}^{T_1} \max \{ |h_1(\tau)|, |h_2(\tau)| \} d\tau. \end{aligned}$$

Во втором пункте алгоритма решается задача математического программирования

$$\begin{aligned} \rho_2^0 &= \rho_2 [h^0(\cdot)] = \rho_2 \left[\sum_{j=1}^4 l_j^0 h_j(\tau) \right] = \\ &= \min_{\sum_{i=1}^n l_i c_i = 1} \int_{t_0}^{T_1} \max \left\{ \left| \sum_{j=1}^4 l_j h_1^{[j]}(\tau) \right|, \left| \sum_{j=1}^4 l_j h_2^{[j]}(\tau) \right| \right\} d\tau. \end{aligned}$$

В третьем пункте алгоритма определяется оптимальное управление $u^0(\cdot) = \begin{pmatrix} u_1^0(\cdot) \\ u_2^0(\cdot) \end{pmatrix}$

из условия

$$\int_{t_0}^{T_1} (h_1^0(\tau)u_1^0(\tau) + h_2^0(\tau)u_2^0(\tau))d\tau =$$

$$= \max_{\rho_2^0} \int_{t_0}^{T_1} (h_1^0(\tau)u_1(\tau) + h_2^0(\tau)u_2(\tau))d\tau.$$

В результате получим

$$u_1^0(t) = \frac{1}{\rho_2^0} \cdot \begin{cases} 0, & |h_1^0(t)| \leq |h_2^0(t)|, \\ \text{sign}[h_1^0(t)], & |h_1^0(t)| > |h_2^0(t)|, \end{cases}$$

$$u_2^0(t) = \frac{1}{\rho_2^0} \cdot \begin{cases} 0, & |h_2^0(t)| \leq |h_1^0(t)|, \\ \text{sign}[h_2^0(t)], & |h_2^0(t)| > |h_1^0(t)|, \end{cases}$$

$$t \in [t_0, T_1].$$

Ниже на рис. 3 и рис. 4 представлены графики компонент оптимального управления в функции времени, полученные в численном эксперименте.

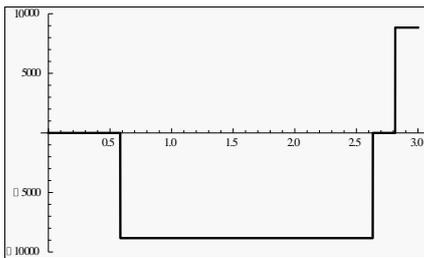


Рис. 3

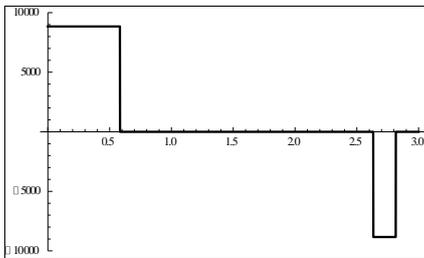


Рис. 4

Заметим, что норма $\|\cdot\|_2$ оптимального управления $u^0(\cdot)$ постоянна в течение всего процесса управления.

$$\text{Действительно, } \|u^0(t)\|_2 = \sum_{i=1}^2 |u_i^0(t)| =$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{\rho_2^0} + 0, & |h_1^0(t)| > |h_2^0(t)| \\ 0 + \frac{1}{\rho_2^0}, & |h_1^0(t)| \leq |h_2^0(t)| \end{cases} = \frac{1}{\rho_2^0} = \text{const},$$

$$t \in [t_0, T_1].$$

5. Случай нормы $\|u\|_3 = \max_{i \in \{1,2\}} |u_i|$

В первом пункте алгоритма находится

$$\rho_3[h(\cdot)] =$$

$$= \max_{t \in [t_0, T_1]} \max_{\{u_1(t), |u_2(t)|\} \leq 1} \int_{t_0}^{T_1} (h_1(\tau)u_1(\tau) + h_2(\tau)u_2(\tau))d\tau =$$

$$= \int_{t_0}^{T_1} |h_1(\tau)| + |h_2(\tau)|d\tau.$$

Во втором пункте алгоритма решается задача математического программирования

$$\rho_3^0 = \rho_3[h^0(\cdot)] = \rho_3 \left[\sum_{j=1}^4 l_j^0 h_j(\tau) \right] =$$

$$= \min_{\sum_{j=1}^n l_j c_j = 1} \int_{t_0}^{T_1} \left(\left| \sum_{j=1}^4 l_j^0 h_1^{[j]}(\tau) \right| + \left| \sum_{j=1}^4 l_j^0 h_2^{[j]}(\tau) \right| \right) d\tau.$$

В третьем пункте алгоритма определяется оптимальное управление $u^0(\cdot) = \begin{pmatrix} u_1^0(\cdot) \\ u_2^0(\cdot) \end{pmatrix}$

из условия

$$\int_{t_0}^{T_1} (h_1^0(\tau)u_1^0(\tau) + h_2^0(\tau)u_2^0(\tau))d\tau =$$

$$= \max_{\rho_3^0} \int_{t_0}^{T_1} (h_1^0(\tau)u_1(\tau) + h_2^0(\tau)u_2(\tau))d\tau.$$

В результате получим

$$u^0(t) = \begin{pmatrix} u_1^0(t) \\ u_2^0(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho_3^0} \begin{pmatrix} \text{sign}[h_1^0(t)] \\ \text{sign}[h_2^0(t)] \end{pmatrix},$$

$$t \in [t_0, T_1].$$

Ниже на рис. 5 и рис. 6 представлены графики компонент оптимального управления в функции времени, полученные в численном эксперименте.

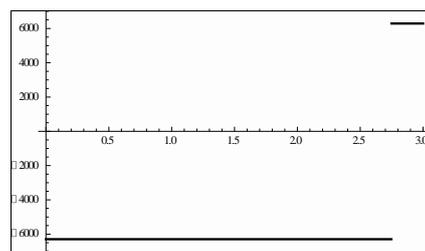


Рис. 5

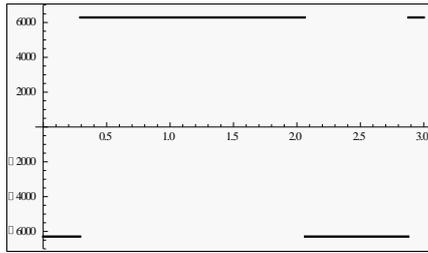


Рис. 6

Заметим, что норма $\|\cdot\|_3$ оптимального управления $u^0(\cdot)$ постоянна в течение всего процесса управления.

Действительно,

$$\begin{aligned} \|u^0(t)\|_3 &= \max\{|u_1^0(t)|, |u_2^0(t)|\} = \\ &= \frac{1}{\rho_3} \max\{[\text{sign}|h_1^0(t)|, \text{sign}|h_2^0(t)|]\} = \\ &= \frac{1}{\rho_3} = \text{const},, \quad t \in [t_0, T_1]. \end{aligned}$$

6. Сравнительный анализ качества управления для разных норм вектора управления

В табл. 1 приведены значения критериев качества управления на оптимальном управлении, построенном в зависимости от выбора нормы вектора управляющих параметров.

Величины диагональных элементов, как это и следовало ожидать, оказались наименьшими в соответствующих строках таблицы.

Таблица 1

	$\ u^0(\cdot)\ _1 = \sqrt{\sum_{i=1}^r u_i^{02}(\cdot)}$	$\ u^0(\cdot)\ _2 = \sum_{i=1}^r u_i^0(\cdot) $	$\ u^0(\cdot)\ _3 = \max_{i \in \{1, \dots, r\}} u_i^0(\cdot) $
$I_1[u(\cdot)] = \max_{t \in [t_0, T_1]} \ u(\cdot)\ _1$	7114.86	10061.93	7114.86
$I_2[u(\cdot)] = \max_{t \in [t_0, T_1]} \ u(\cdot)\ _2$	8839.09	8839.09	8839.09
$I_3[u(\cdot)] = \max_{t \in [t_0, T_1]} \ u(\cdot)\ _3$	8898.21	12583.97	6291.99

В силу погрешностей вычислений привести фазовый вектор линейного объекта точно в начало координат в численном эксперименте не удастся.

Из табл. 2 видно, что отклонение этого вектора от нуля по каждому из видов нормы

$$\|x^0(T_1)\|_1, \|x^0(T_1)\|_2, \|x^0(T_1)\|_3$$

оказалось наименьшим в случае оптимального управления $\|u^0(\cdot)\|_1$.

Таблица 2

	$\ x^0(T_1)\ _1 = \sqrt{\sum_{i=1}^r (x_i^0(T_1))^2}$	$\ x^0(T_1)\ _2 = \sum_{i=1}^r x_i^0(T_1) $	$\ x^0(T_1)\ _3 = \max_{i \in \{1, \dots, r\}} x_i^0(T_1) $
$\ u(\cdot)\ _1 = \sqrt{\sum_{i=1}^r u_i^2(\cdot)}$	0.000073	0.000096	0.000070
$\ u(\cdot)\ _2 = \sum_{i=1}^r u_i(\cdot) $	0.013297	0.024009	0.010873
$\ u(\cdot)\ _3 = \max_{i \in \{1, \dots, r\}} u_i(\cdot) $	0.051174	0.086454	0.039646

Список литературы

1. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968. 476 с.
2. Лутманов С.В. Об одной методике исследования управляемой динамической системы лиц // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2017. Вып. 1(36). С. 13–20.
3. Лутманов С.В. Хотько О.А. Об одной задаче управления тяжелой точкой, движущейся в среде с сопротивлением, пропорциональным квадрату скорости // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 3(42). С. 69–75.
4. Лутманов С.В. Хотько О.А. Оптимальная коррекция полета тяжелой материальной точки в среде с сопротивлением, пропорциональным квадрату скорости // Проблемы механики и управления: межвуз. сб. науч. тр. Пермь: Изд-во ПГУ, 2018. Вып. 50. С. 33–45.
5. Лутманов С.В. Коррекция движения управляемого динамического объекта в условиях воздействия на него неконтролируемой помехи // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2019. Вып. 1(44). С. 14–21.
6. Лутманов С.В. Управление полетом материальной точки при наличии препятствия // Проблемы механики и управления: межвуз. сб. науч. тр. Пермь: Изд-во ПГУ. 2019. Вып. 51. С. 13–25.

A comparative analysis of the quality of correcting the flight of a point by the "minimum force" criterion for various types of norms of the "force" vector

S. V. Lutmanov

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia
mpu@psu.ru; (342)239-63-09

The article solves the problem of correcting controlled flight of a point moving in the horizontal plane and experiencing resistance proportional to the square of the speed. Correction is carried out by introducing additional control, which turns the phase vector of some virtual linear dynamic object to zero at the time moment preceding the point hit the target. Optimization of additional control is carried out according to the criterion of "minimum force" [1]. Three cases of various types of norm of the force vector are considered. A comparative analysis of the quality of management for these cases is given.

Keywords: *basic motion; perturbed motion; linearized system of equations; program control; optimal control; quality criterion.*