

МЕХАНИКА МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 531.58

Особенности моделирования и оптимизации баллистических свойств многослойных преград при высокоскоростном ударе

В. Н. Аптуков¹, А. В. Дубинский², А. Р. Хасанов¹

¹Пермский государственный национальный исследовательский университет

Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15

artukov@psu.ru; 8 (342) 2-396-345; artur_raisovich@rambler.ru

²Университет им. Д. Бен-Гуриона, Израиль, Беэр-Шева; dubin@bgu.ac.il

На основе обобщения опыта исследования соответствующих проблем авторами рассматриваются особенности задач сравнения монолитных преград со слоистыми, а также слоистых преград (СП) различной структуры между собой с точки зрения наилучшего обеспечения защиты против высокоскоростного удара. Под СП понимаются как преграды со слоями в контакте, так и с воздушными зазорами между ними. Большое внимание уделяется обсуждению характерных подходов к проблеме. Кратко изложены основные результаты исследований.

Ключевые слова: многослойная мишень; защитные свойства; проникание; пробивание; ударник.

DOI: 10.17072/1993-0550-2019-3-32-37

Введение

Экспериментальным, численным и теоретическим исследованиям в области сравнительного анализа монолитных и слоистых металлических преград, слоистых преград различной структуры между собой, а также оптимизации многослойных преград посвящены обзоры [1–2] и разделы в монографиях [3–7]. Систематические теоретические исследования в этой области ведутся в Пермском университете, Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, в Университете им. Д. Бен-Гуриона (Израиль); их результаты нашли свое отражение в многочисленных статьях, многие из которых представлены в монографиях [1–5].

В настоящей статье мы не останавливаемся подробно на отдельных результатах; целью является обобщение накопленного нами опыта исследования задач рассматриваемого вида.

1. Особенности аналитических подходов к задачам оптимизации многослойных преград

Сравниваются монолитные преграды (МП) со слоистыми (СП), а также СП различной структуры между собой. Последние, в свою очередь, можно разделить на два класса, отнеся к *первому* СП со слоями из того же материала, что и МП, а ко *второму* – преграды, включающие слои из различных материалов. Применительно к преградам первого класса исследуется влияние на защитную эффективность (ЗЭ) таких факторов, как количество одинаковых слоев, распределение суммарной

толщины преграды по слоям и его оптимизация, влияние наличия воздушных зазоров (ВЗ) между слоями и их размеров. Иными словами, анализируются преграды с пластинами-слоями "в контакте" (КП) и преграды с зазорами – так называемые "разнесенные преграды" (РП). Для преград второго класса базовым аналитическим исследованием является анализ влияния на ЗЭ порядка пластин из заданного набора и ВЗ между ними.

Предполагается, что слои в преграде имеют одинаковую форму в направлениях, перпендикулярных направлению проникновения, и расположены параллельно друг другу, а удар и движение ударника в преграде осуществляется в направлении, нормальном к лицевой поверхности преграды, причем ударник имеет форму тела вращения. Рассматриваются как заостренные (как правило, с конической головной частью), так и затупленные (обычно моделируемые стержнями) недеформируемые ударники.

В качестве критерия оптимизации или сравнения рассматривается баллистический предел (БП), под которым понимается минимальная скорость удара, которая достаточна для пробития данной преграды данным ударником, либо суммарная толщина или/и удельная плотность преграды.

При аналитическом моделировании проникновения в КП и РП с малыми ВЗ возникает проблема учета возможности одновременного взаимодействия ударника с несколькими слоями. Для упрощения модели обычно предполагается, что остаточная скорость после перфорации некоторого слоя является скоростью удара для следующего слоя. Строго говоря, последнее предположение справедливо лишь в случае больших воздушных зазоров между слоями, в результате чего проникновение в очередную пластину начинается после того, как взаимодействие с предыдущей пластиной прекращается.

В большинстве работ такое упрощение принимается "по умолчанию" и не комментируется. Естественно, в рамках такого допущения сопоставление баллистических свойств МП, КП и РП с малыми зазорами невозможно. Эффект неполного погружения ударника в преграду на начальном и конечном этапах проникновения также обычно игнорируется.

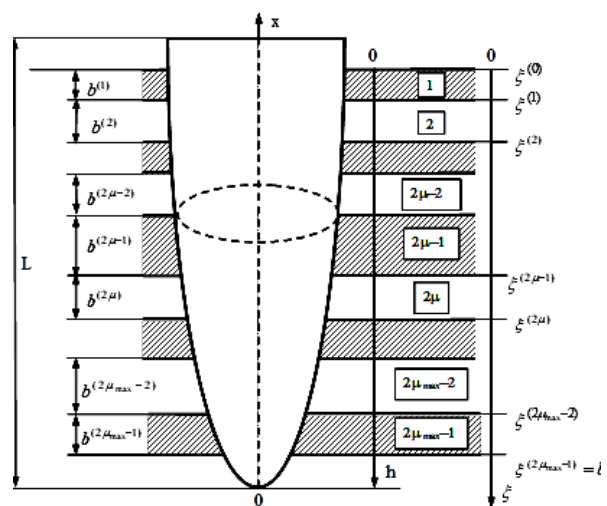
Практически все аналитические исследования пробивания МП и СП базируются на

предположении, что как для отдельных слоев СП, так и для МП используется одна и та же математическая модель: модель локального взаимодействия (МЛВ) для моделирования проникновения заостренных ударников и модель, основанная на законе сохранения энергии применительно как к прониканию заостренных ударников, так и стержней.

При сравнении ЗЭ различных преград предполагается, что их толщины или/и значения показателя удельной плотности (масса преграды, деленная на ее площадь – русскоязычный аналог английского термина "areal density") известны.

2. Исследование ЗЭ многослойных преград на основе МЛВ. Максимизация баллистического предела

В рамках МЛВ предполагается, что интегральный эффект взаимодействия между преградой и проникающим ударником описывается в виде суперпозиции независимых локальных взаимодействий между этими объектами. Каждое локальное взаимодействие определяется местной скоростью элемента поверхности и углом между местным вектором скорости поверхности и локальным вектором нормали к поверхности ударника, а также некоторыми глобальными параметрами, которые учитывают интегральные характеристики преграды (например, твердость, плотность и т.д.).



Обозначения, иллюстрирующие представление МЛВ для тела вращения, можно увидеть на рисунке. Выражение для нормаль-

ного напряжения σ_n в точке боковой поверхности проникающего в СП тела, расположенной в поперечном сечении на расстоянии x от носка, который находится на глубине h , можно представить в виде: $\sigma_n = \Omega_n(\vec{a}, u, v)$, где $u = u(x) = -\vec{v}^0 \cdot \vec{n}^0$, $\vec{a} = (a_0, a_1, \dots)$; \vec{n}^0 и \vec{v}^0 – единичные векторы местной внутренней нормали и скорости (равной скорости ударника в целом), соответственно; Ω_n – функция, определяющая модель; $a_i = a_i(h-x)$, где $a_i(\xi)$ – кусочно-постоянная функция, определяющая значения механических характеристик пластины, расположенной на расстоянии ξ от фронтальной поверхности преграды:

$$a_i(\xi) = \begin{cases} a_i^{(1)} & \text{если } \xi^{(0)} \leq \xi < \xi^{(1)} \\ \dots & \dots \\ a_i^{(j)} & \text{если } \xi^{(j-1)} \leq \xi < \xi^{(j)} \\ \dots & \dots \\ a_i^{(N)} & \text{если } \xi^{(N-1)} \leq \xi \leq \xi^{(N)} \end{cases}, \quad (1)$$

где верхний индекс в скобках обозначает номер пластины в СП, а нижний указывает на номер параметра в наборе параметров, определяющих свойства этой пластины. Если пластина с номером j является воздушным зазором, то

$$a_0^{(j)} = a_1^{(j)} = \dots = 0. \quad (2)$$

Наибольшее распространение получила двучленная модель

$$\Omega_n = a_0^{(j)} + a_2^{(j)}(uv)^2 = a_0^{(j)} + a_2^{(j)}v_n^2,$$

где v_n – нормальная составляющая местной скорости, причем для модели Витмана–Степанова [8] $a_0^{(j)}$ и $a_2^{(j)}$ – динамическая твердость $H^{(j)}$ и плотность $\rho^{(j)}$ материала преграды, соответственно. Двучленная модель удобна тем, что для нее могут быть получены явные выражения для глубины проникания и БП. Более подробную информацию о различных МЛВ и соответствующие формулы можно найти в монографиях [4–6].

Поскольку исследовать аналитически задачу оптимизации ЗЭ СП в общей постановке невозможно, реализуется альтернативный подход, предусматривающий анализ различных представляющих интерес частных

случаев, отличающихся друг от друга системами исходных допущений. Основные варианты постановок задач, рассмотренные в исследованиях, проведенных в Университете им. Д. Бен-Гуриона на основе МЛВ, таковы:

1. Общая МЛВ. СП со слоями из одного и того же материала. Произвольные ВЗ. Конические ударники.
2. Двучленная МЛВ, слои из различных материалов.
 - 2.2. КП и РП с малыми ВЗ.
 - 2.2.1. СП со слоями одинаковой плотности. Ударники в форме тела вращения.
 - 2.2.2. Двухслойные КП или РП с произвольными зазорами. Конические ударники.
 - 2.3. РП с большими ВЗ (независимое пробивание слоев). Конические ударники. Оптимизация последовательности пластин в преграде.
 - 2.4. РП с большими ВЗ (независимое пробивание слоев). Конические ударники. Оптимизация структуры
 - 2.4.1. Общий случай
 - 2.4.2. Двухслойные преграды
 - 2.4.3. Трехслойные преграды

Полученные наглядные результаты сводятся к следующему [4–6]:

- Для произвольной МЛВ с учетом возможности одновременного проникания конического ударника в несколько слоев, показано, что значения БП как МП, так и всех РП со слоями из того же материала одинаковы, т.е. БП не зависит от толщин слоев и величин ВЗ.
- Для двучленной МЛВ и двухслойной преграды со слоями из разных материалов в контакте в условиях возможности одновременного взаимодействия ударника с несколькими слоями доказано, что максимальный БП достигается, когда пластины расположены в порядке возрастания значений параметра $\chi = a_0/a_2$, а минимальный – когда пластины расположены в обратном порядке. При наличии ВЗ, ширина которых меньше длины ударника, БП возрастает с увеличением ширины воздушного зазора, если $\chi^{(1)} < \chi^{(2)}$, и уменьшается, если $\chi^{(1)} > \chi^{(2)}$ (индекс в скобках указывает на порядковый номер пластины в преграде). Доказано, что в случае больших ВЗ свойство оптимальности расположения слоев

по возрастанию χ имеет место для произвольного количества слоев.

• Решена задача оптимизации СП в следующей постановке. Предполагается, что существует несколько материалов с различными свойствами, которые могут быть использованы для изготовления пластин-слоев в СП. Цель состоит в том, чтобы определить структуру преграды, то есть порядок и толщины пластин, изготовленных из различных материалов, которые обеспечивали бы максимальный БП преграды, имеющей заданную удельную плотность, при нормальном ударе конического ударника. Применяется двучленная модель. Авторы использовали модель Витмана–Степанова [8] и допущение о последовательном пробивании слоев.

3. Исследование ЗЭ многослойных преград с использованием моделей, основанных на законе сохранения энергии. Максимизация баллистического предела

Использование моделей, основанных на законе сохранения энергии, эффективно для исследования СП со слоями из одинаковых материалов и затупленных ударников. Модель представляется в виде: $w = 0.5mv_{bl}^2 = f(b)$, где w – минимальная энергия, необходимая для пробивания пластины толщины b , v_{bl} – БП, f – функция, задающая модель и зависящая от свойств материала. Предполагается, что минимальная энергия, необходимая для пробивания СП, складывается из соответствующих показателей для отдельных пластин.

Теоретические исследования, проведенные в Университете им. Д. Бен-Гуриона, привели к следующим выводам применительно к заостренным ударникам [4–6]:

- Замена МП на СП оказывает неблагоприятное воздействие на ЗЭ;
- Увеличение числа слоев, имеющих одинаковые толщины, снижает ЗЭ преграды.

Важная особенность использованного подхода заключается в том, что он не требует замкнутой математической модели, описывающей процесс пробивания. Показано, что сравнивать преграды различной структуры можно на основе общих свойств функции f , без привлечения для нее конкретных выраже-

ний, что весьма важно, поскольку качественное поведение баллистических характеристик в механике проникания, как правило, определяется с помощью простых моделей, которые включают в себя аппроксимацию экспериментальных данных.

Для цилиндрического ударника, проникание которого сопровождается образованием пробки, получен критерий, определяющий оптимальный порядок пластин из разных материалов, обеспечивающий максимальный БП [9].

4. Оптимизация структуры преграды при заданном БП

Исследования, проведенные в Пермском университете [3, 10–15], базировались, главным образом, на модели Витмана–Степанова [8]. Рассматривалась следующая оптимизационная задача: требуется из заданного конечного набора материалов с известными свойствами составить слоистую преграду минимальной удельной массы, которая обеспечивает остановку движущегося в ней ударника в момент выхода его головной части на тыльную сторону плиты при заданной начальной скорости. Такая задача формализуется в терминах теории оптимального управления с минимизируемым функционалом – удельной массой плиты.

Реализовано два подхода к задаче. Первый подход базируется на использовании принципа максимума Понтрягина, применимость которого обеспечивается использованием универсальной зависимости между параметрами H и ρ . Введение такой зависимости обосновывается прямой корреляцией между плотностью и твердостью, которая наблюдается для большинства гомогенных конструкционных материалов [10]. Допущение о существовании такой связи между параметрами модели проникания упрощает анализ задачи – количество управляющих функций уменьшается до одной. Это допущение позволяет не ограничиваться заданным набором материалов (кусочно-постоянным распределением свойств преграды по глубине) и предоставляет возможность поиска оптимальных структур преграды в более широком диапазоне – от слоистых мишеней до плит с непрерывным распределением свойств по толщине.

Анализ влияния таких факторов, как форма ударника и выбор универсальной связи между основными параметрами (динамической твердостью и плотностью) модели, поз-

воляет сформулировать простые критерии оптимальной структуры преграды с ясным физическим смыслом. Варианты постановок задач варьировались по форме ударника (цилиндрические, конические и цилиндрические с конической головной частью) и выбору зависимости между динамической твердостью и плотностью (линейные, кусочно-линейные и обобщенные степенные зависимости) [11]. Показано, что форма ударника, его скорость, а также выбор связи между параметрами модели оказывают влияние на оптимальную структуру преграды. Несмотря на разнообразие факторов, влияющих на итоговый результат в зависимости от варианта постановки задачи, выявлен параметр, который играет существенную роль в формировании оптимальной структуры преграды минимального веса – качество материала $Q = H / \rho$ (является аналогом параметра $\chi = a_0 / a_2$).

Второй подход – метод игольчатых вариаций – адаптирован применительно к использованию в оптимизационных задачах с дискретной областью значений управляющей функции (задан конечный набор материалов), что позволяет не вводить допущение о существовании связи между параметрами модели, однако при этом сужается область поиска оптимальных структур мишеней до слоистых плит. Метод использован в работе [12] для исследования оптимизационной задачи на базе более сложной модели радиального расширения отверстия в плите [16]; результаты согласуются с выводами, полученными в рамках первого подхода. Несмотря на численную ориентацию метода игольчатых вариаций, на базе модели Витмана–Степанова [8] аналитически получено качественное решение оптимизационной задачи с произвольным числом материалов. Решение зависит от параметра Q – оптимальная структура слоистой плиты определяется путем сопоставления качества материалов, что позволяет сформулировать достаточно простой алгоритм построения оптимальной структуры плиты на качественном уровне. Выделяется общее свойство оптимальных структур: распределение слоев в порядке убывания плотностей по толщине преграды.

В последующих исследованиях был проведен анализ влияния на выбор оптимальной структуры ряда дополнительных факторов проникания [13–15]. Это привело к определенной модификации постановки задачи оптимизации,

однако применение упомянутых выше подходов позволяет аналитически выявить ключевые условия оптимальной конструкции плиты или получить окончательное решение задачи оптимизации в конечном виде.

Основные результаты анализа задачи оптимизации с учетом дополнительных факторов проникания заключаются в следующем. Влияние трения оказывает незначительный вклад в оптимальную структуру преграды (как на количественном, так и на качественном уровне). Влияние вязкости увеличивает приоритет материалов с более высоким коэффициентом вязкости. Краевой ослабляющий эффект свободных поверхностей плиты может привести к качественно новому результату – нарушить порядок слоев по правилу убывания плотности в оптимальной плите.

Заключение

Анализ подходов к задачам оптимизации многослойных структур и результатов анализа позволяет сделать следующие выводы:

- Аналитические методы продемонстрировали свою эффективность применительно к рассматриваемому кругу задач.
- Опыт применения методов оптимального управления для широкого класса оптимизационных задач свидетельствует об их потенциале и эффективности в вопросах исследования защитных свойств слоистых систем.
- Перспективным направлением дальнейших исследований представляется комплексный подход, базирующийся на сочетании экспериментальных и аналитических исследований, что позволит, в частности, оценить границы справедливости теоретических прогнозов.
- В качестве генерального направления исследований рекомендуется переход к анализу преград, состоящих из пластин, изготовленных из различных материалов, включая композиционные.

Список литературы

1. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Investigation and optimization of protective properties of metal multi-layered shields: A Review // *Int. J. of Protective Structures*. 2012. Vol. 3. P. 275–291.
2. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. New results on ballistic performance of multi-layered metal shields: review // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2017. Vol. 88. P. 1–8.

3. Антуков В.Н., Мурзакаев Р.Т., Фонарев А.В. Прикладная теория проникания. М.: Наука, 1992. 104 с.
4. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Applied High-Speed Plate Penetration Dynamics. Dordrecht: Springer. 2006. 357 p.
5. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. High-Speed Penetration Dynamics: Engineering Models and Methods. World Scientific. 2013. 680 p.
6. G. Ben-Dor, A. Dubinsky, T. Elperin, T. Engineering models in high-speed penetration mechanics and their applications. Vol. 1. Engineering Models; vol. 2. Applied Problems, World Scientific. 2019. 1076 p.
7. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. Оптимизация. Контактные задачи и высокоскоростное проникание. М.: Физматлит, 2016. 176 с.
8. Витман Ф.Ф., Степанов В.А. Влияние скорости деформирования на сопротивление деформированию металлов при скоростях удара 100–1000 м/с // Некоторые проблемы прочности твердого тела. АН СССР. 1959. С. 207–221.
9. Дубинский А. Некоторые баллистические свойства многослойных преград при высокоскоростном ударе цилиндра // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 3(42). С. 26–30.
10. Антуков В.Н., Петрухин Г.И., Поздеев А.А. Оптимальное торможение твердого тела неоднородной пластиной при ударе по нормали // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1985. № 1. С. 165–170.
11. Антуков В.Н. Оптимальная структура неоднородной пластины с непрерывным распределением свойств по толщине // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1985. № 3. С. 149–152.
12. Антуков В.Н., Белоусов В.Л., Каниболотский М.А. Оптимизация структуры слоистой плиты при проникании жесткого ударника // Механика композитных материалов. 1986. № 2. С. 252–257.
13. Антуков В.Н., Хасанов А.Р. Оптимальное торможение жесткого цилиндра неоднородной преградой при ударе по нормали с учетом трения // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2011. Вып. 7(3). С. 3–27.
14. Антуков В.Н., Хасанов А.Р. Оптимизация параметров слоистых плит при динамическом проникании жесткого индентора с учетом трения и ослабляющего эффекта свободных поверхностей // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2014. № 2. С. 48–75.
15. Хасанов А.Р. Оптимальное торможение жесткого конического ударника слоистой плитой при ударе по нормали с учетом вязкостных эффектов // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2018. Вып. 2 (41). С. 54–60.
16. Сагомонян А.Я. Пробивание плиты тонким твердым снарядом // Вестник МГУ. Математика. Механика. 1975. № 5. С. 68–73.

Features of modeling and optimization of the ballistic properties of multi-layer shields against a high-speed impact

V. N. Aptukov¹, A. V. Dubinsky², A. R. Khasanov¹¹

¹Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia

aptukov@psu.ru; 8 (342) 2-396-345; artur_raisovich@rambler.ru

²Ben-Gurion University of the Negev, Beer-Sheva, Israel; dubin@bgu.ac.il

Based on their consolidated research experience, the authors consider features inherent in problems of comparison of monolithic barriers with layered targets and also of layered barriers of various structures against each other in terms of the best protection against a high-speed impact. The term ‘layered barriers’ refers both to barriers with layers in contact and to those with air gaps between them. Particular attention is paid to the discussion of characteristic approaches to the problem. The main research results are summarized.

Keywords: multilayered target; protective properties; penetration; perforation; impactor.