УДК 530.12:531.551

Вектор поляризации электромагнитного излучения во Вселенной типа Гёделя

В. Ф. Панов, В. Н. Павелкин
Пермский государственный национальный исследовательский университет
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15
panov@psu.ru, 89058630678

Найдены точные решения для вектора поляризации электромагнитного излучения при распространении лучей в космологической стационарной модели типа Гёделя. Обсуждается применение полученных результатов в наблюдательной астрономии.

Ключевые слова: *поляризация электромагнитного излучения; модель типа Гёделя; изотропные геодезические.*

DOI: 10.17072/1993-0550-2019-2-24-26

При использовании языка геометрической оптики основным понятием является понятие световых лучей, определяемых как траектории, ортогональные к световым фронтам. Световой луч есть кривая в пространстве – времени, касательный вектор к которой в каждой точке указывает в направлении усредненного вектора Умова–Пойнтинга [1].

Другой характеристикой света является поляризация. Состояние поляризации описывается направлением электрического (или магнитного) вектора в плоскости, перпендикулярного направлению распространения. Согласно геометрической оптике в искривленном пространстве [2], комплексный вектор поляризации $f^i\left(f^i \bar{f}_i = -1\right)$ повсюду ортогонален лучам:

$$V_i f^i = 0 \qquad (1)$$

и параллельно переносится вдоль них:

$$V^j f^i{}_{;j} = 0. \qquad (2)$$

Здесь V_i – геодезический изотропный вектор.

Для исследования поляризации в космологии с вращением рассмотрим некоторую стационарную модель типа Геделя с метрикой

$$ds^2 = R^2 dt^2 - R^2\left(dx^2 + ke^{2mx}dy^2 + dz^2\right) - 2R^2\sqrt{\sigma}e^{mx}dydt \qquad (3)$$
$$(k > 0, \sigma > 0, R = const).$$

Аналогично [3] введем параметризацию изотропных геодезических при условии, чтобы они проходили через точку наблюдения $P(t_0, 0, 0, 0)$. Изотропные геодезические у нас, как и в [3], различаются с помощью сферических координат (θ, φ), которые определяют направления световых лучей в локальном лоренцевом базисе наблюдателя в P. Тогда для этих геодезических можно получить

$$V^0 = \frac{k}{k+\sigma}\left(P_0 + \frac{\sqrt{\sigma}P_2}{ke^{mx}}\right), \quad V^1 = m(P_1 + yP_2),$$
$$V^2 = \frac{1}{(k+\sigma)e^{mx}}\left(\frac{P_2}{e^{mx}} - \sqrt{\sigma}P_0\right), \quad V^3 = P_3, \qquad (4)$$

где

$$P_0 = \frac{1}{R}, \quad P_1 = \frac{1}{mR}\cos\varphi\sin\theta,$$
$$P_2 = \frac{1}{R}\left(\sqrt{\sigma} + \sqrt{\sigma+k}\sin\theta\sin\varphi\right), \; P_3 = \frac{1}{R}\cos\theta, \qquad (5)$$
$$0 \le \theta \le \pi, \quad -\pi \le \varphi \le \pi.$$

Для светового луча, описываемого уравнениями $t = t(\lambda)$, $x = x(\lambda)$, $y = y(\lambda)$, $z = z(\lambda)$, (где λ – аффинный параметр вдоль геодезической), уравнения распространения для вектора поляризации в пространстве – времени с метрикой (3) имеют вид

$$\frac{2(k+\sigma)}{\sqrt{\sigma}m} \cdot \frac{df^0}{d\lambda} + \frac{p_2}{e^{mx(\lambda)}} f^1 +$$
$$+ m\left(p_1 + y(\lambda)p_2\right)\left(\sqrt{\sigma}f^0 + ke^{mx(\lambda)}f^2\right) = 0,$$

$$\frac{df^1}{d\lambda}+\frac{\sqrt{\sigma}mf^0}{2(k+\sigma)}\left(\sqrt{\sigma}p_0-\frac{p_2}{e^{mx(\lambda)}}\right)+ \\ +\frac{mf^2}{2(k+\sigma)}\left(k\sqrt{\sigma}p_0e^{mx(\lambda)}-(2k+\sigma)p_2\right)=0, \tag{6}$$

$$\frac{df^2}{d\lambda}+\frac{m^2(p_1+y(\lambda)p_2)}{2(k+\sigma)}\left(\frac{\sqrt{\sigma}f^0}{e^{mx(\lambda)}}+(2k+\sigma)f^2\right)+ \\ +\frac{mf^1}{(k+\sigma)e^{mx(\lambda)}}\left(\frac{p_2}{e^{mx(\lambda)}}-\frac{\sqrt{\sigma}p_0}{2}\right)=0,$$

$$\frac{df^3}{d\lambda}=0\,.$$

Условие (1) и $f^i\bar{f}_i=-1$ приводят в метрике (3) к соотношениям (выполняемым на изотропной геодезической)

$$f^0V^0g_{00}+f^0V^2g_{02}+f^2V^0g_{20}+f^1V^1g_{11}+ \\ f^2V^2g_{22}+f^3V^3g_{33}=0, \tag{7}$$

$$f^{0^2}-2\sqrt{\sigma}e^{mx(\lambda)}f^0f^2-f^{1^2}-ke^{2mx(\lambda)}f^{2^2}- \\ -f^{3^2}=-\frac{1}{R^2}. \tag{8}$$

(Здесь и далее мы рассматриваем случай линейной поляризации, т. е. f^i – действительный вектор).

Нами получены точные решения для эволюции вектора поляризации в случае двух изотропных геодезических, проходящих через точку P. В первом случае мы рассматриваем геодезическую в направлении, задаваемом условиями

$$\theta=\frac{\pi}{2},\quad \sin\varphi=-\frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{k+\sigma}},\quad \cos\varphi=\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k+\sigma}}. \tag{9}$$

(При этом $x(\lambda)=\dfrac{\lambda\sqrt{k}}{R\sqrt{k+\sigma}}$).

Для такого луча уравнения (6), (7), (8) дают

$$f^0=\sqrt{\frac{k}{k+\sigma}}(C_1\lambda+C_2),\ f^1=C_1\lambda+C_2, \\ f^3=const, \\ f^2=-\left(\sqrt{\frac{\sigma}{k}}\cdot\frac{C_1}{\sqrt{k+\sigma}}\lambda+\frac{2(k+\sigma)R}{mk\sqrt{\sigma}}C_1+ \right. \\ \left. +\sqrt{\frac{\sigma}{k}}\cdot\frac{1}{\sqrt{k+\sigma}}C_2\right)\cdot e^{mx(\lambda)}. \tag{10}$$

Причем $\dfrac{4(k+\sigma)^2R^2}{m^2k\sigma}C_1^{\,2}+f^{3^2}=\dfrac{1}{R^2}$. (11)

В (11) C_1 и C_2 – действительные постоянные, которые задают начальную поляризацию.

Для второй изотропной геодезической $\theta=0,(-\pi<\varphi\le\pi)$. Эта геодезическая идет вдоль оси $z\,(x(\lambda)=0, y(\lambda)=0)$. Для данного луча решение (8.15), (7), (8) приводит к

$$f^0=\frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{k+\sigma}}[C_1\cos(a\lambda)-C_2\sin(a\lambda)]+C_3, \\ f^1=C_1\sin(a\lambda)+C_2\cos(a\lambda), \\ f^2=\frac{1}{\sqrt{k+\sigma}}[C_1\cos(a\lambda)-C_2\sin(a\lambda)], \\ f^3=const, \tag{12}$$

где $a=\dfrac{m\sqrt{\sigma}}{2R\sqrt{k+\sigma}}$, причем действительные константы C_1 и C_2 связаны условием

$$C_1^{\,2}+C_2^{\,2}=\frac{1}{R^2}. \tag{13}$$

Можно получить решения для вектора поляризации и в случае других лучей. Учитывая, что обычно рассматриваются космологические модели с метрикой (3) при малом m, можно найти приближенное решение уравнений (6), (7), (8) в области: $mx\sim 0$, ($e^{mx}\sim 1$), $my\sim 0$.

Найденные нами точные решения (10) и (12) можно применить для исследования вращения вектора поляризации электромагнитного излучения при распространении луча в космологическом пространстве с метрикой (3).

Отметим результат Ю.Н. Обухова [4], который (в частности) для стационарной метрики типа Гёделя дает для угла поворота вектора поляризации электромагнитного излучения (вычисленного относительно изотропной тетрады) формулу:

$$\Delta\phi=\Omega r\cos\theta, \tag{14}$$

где $\Omega=\dfrac{m\sqrt{\sigma}}{2R\sqrt{k+\sigma}}$, r– расстояние от точки наблюдения до источника, θ – угол между источником и осью (вращения) z.

При общем обсуждении экспериментальной стороны вопроса о поляризации далее мы воспользуемся формулой (14), предполагая, что пространство-время Вселенной (при отвлечении сейчас от расширения) можно моделировать в современную эпоху стационарной метрикой (3) ($R=const$).

На наш взгляд, прогресс наблюдательной астрономии может привести к установлению не только космологических, но и, может быть, астрономических эффектов, обусловленных вращением Вселенной.

В случае астрономических расстояний можно более точно определить расстояния до источников, а также установить начальную поляризацию электромагнитного излучения. Так авторы [5], исследуя эффект поворота плоскости поляризации фотона при его прохождении в гравитационном поле вращающегося тела, установили, что даже сферическая звезда будет иметь интегральную поляризацию излучения вдоль оси вращения звезды. Начальный вектор поляризации электромагнитного излучения будет получать поворот при распространении электромагнитного излучения вблизи вращающего тела, но к этому будет добавляться еще и малый поворот за счет вращения Вселенной (что отражено формулой (14)). Если мы работаем в рамках геометрической оптики, то предпочтительно использовать волны малой длины.

В работе [6] показано, что такой хорошо известный результат, как распространение световых лучей вдоль изотропных геодезических данного гравитационного поля, верен только в пределе исчезающей длины волны.

С этой стороны целесообразно в будущем использовать рентгеновскую поляриметрию для измерения углов поворота вектора поляризации при распространении рентгеновского излучения на космологических и астрономических расстояниях. Необходимо также исследовать в точной постановке влияние вращения Вселенной на эволюцию электромагнитной волны.

Возможно, что существует класс метрик с вращением, для которых имеет место дипольная анизотропия углов поворота вектора поляризации, определяемая формулой (14). Поэтому, если вращение Вселенной будет доказано, то, чтобы выяснить, в каком "мире" мы живем, может потребоваться значение не только $\Delta\phi$, но и всей эволюции f^i (для космических источников), т.е. могут быть полезны точные решения типа (10) и (12).

Список литературы

1. *Чандрасекар С.* Математическая теория черных дыр. Ч. 2. М.: Мир, 1986. 355 с.
2. *Мизнер Ч., Торн К., Уиллер Дж.* Гравитация. М.: Мир, 1977. Т. 2. 525 с.
3. *Korotky V.A., Obukhov Yu.N.* Microwave background radiation in rotating Universe. Warsaw, 1987. 11 p. Preprint Warsaw Univ.: IFT/27/87.
4. *Obukhov Yu.N.* Observations in rotating cosmologies // Gauge Theories of Fundamental Interactions. Proc. of Banach Intern. Center (Autumn semester, 1988) / Eds. R. Raczka, M. Pawlowski.
5. *Гнедин Н.Д., Дымникова И.Г.* Поворот плоскости поляризации фотона в пространстве–времени типа D по классификации Петрова // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. Вып. 1. С. 26–31.
6. *Mashhoon B.* Wave propagation in a gravitational field // Phys. Lett. 1987. Vol. A122. №. 6, 7. P. 299–304.

Vector of polarization of electromagnetic radiation in the Gödel type Universe

V. F. Panov, V. N. Pavelkin
Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia
panov@psu.ru; 89058630678

Exact solutions for a vector of polarization of electromagnetic radiation in cosmological stationary Gödel type model are found. Use of the received results in observation astronomy is discussed.

Keywords: *polarization of electromagnetic radiation; Gödel type model; null geodesic lines.*