ВЕСТНИК ПЕРМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
2019 Математика. Механика. Информатика. Вып. 2(45)

УДК 514.756.28; 531.51; 537.8

Геометризация классических полей в модели вложенных пространств

В. И. Носков

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Россия, 614013, Пермь, ул. Королева, 1
nskv@icmm.ru; +7 342 378 387

В работе показано, что совместная неконфигурационная геометризация гравитационного и электромагнитного полей приводит к метрическому многообразию из числа относящихся к модели вложенных пространств (МВП). МВП предполагает существование собственного многообразия массивной частицы (элемента распределенной материи) и утверждает, что пространство-время Вселенной является 4d-метрическим результатом *динамического вложения таких многообразий*, парциальный вклад которых определяется взаимодействиями материи. Вложение может быть оснащено риман-подобной геометрией, дифференциальный формализм которой в приближении пробной частицы получается формальным обобщением оператора градиента. В статье продолжена работа по обоснованию геометрии *динамического вложения* и дан вывод уравнения геодезической. В прикладной части исследования получен МВП-аналог уравнения Максвелла и исправлен вывод МВП-аналога уравнения Эйнштейна. Обсуждаются некоторые фундаментальные физические и космологические последствия разрабатываемой концепции.

Ключевые слова: *геометризация; электродинамика; гравитация; красное смещение.*

DOI: 10.17072/1993-0550-2019-2-11-23

Введение

Актуальность геометризации классической электродинамики не уменьшается со времен создания ОТО по причине принципиальности задачи: ее корректное решение возможно только в адекватной физической реальности, *неконфигурационной* модели пространства-времени. Необходимость изобретения такой модели всегда была очевидна, поскольку главным критерием ее справедливости является *физически непротиворечивое* геометрическое описание классических полей. Исследования в этой области с первых работ по геометрии гравитационного поля [1–4] и ранних попыток геометризации электромагнитного поля [5–7], вплоть до работ наших дней [8–10], дали для искомой модели по меньшей мере два важнейших ограничения.

Во-первых, с большой степенью уверенности должны быть исключены *неквантовые* многомерные модели в силу экспериментальной *ненаблюдаемости* старших измерений на масштабах, от *планковских* до *космологических*. То есть, модель должна быть 4-мерной [11]. Во-вторых, модель должна быть *метрической*. Последнее ограничение существенно менее экспериментально достоверно, нежели первое (в части указанных масштабов), однако общепризнанный успех ОТО в описании гравитационных явлений на масштабах от молярных до размеров Солнечной системы, представляется серьезным аргументом в пользу его справедливости. Наряду с указанными ограничениями есть еще одно важное свойство физического пространства, которое обычно не обсуждается: *континуальность*. В ОТО и в стандартной космологической модели это свойство считается *самоочевидным*, являясь в то же время одним из основных свойств используемого пространства-времени.

С другой стороны, кризис стандартной космологической модели, вызванный недавними астрономическими открытиями [12, 13], заставляет полагать, что *электронейтральная* модель пространства ОТО *недостаточна* на космологических масштабах [14]. При этом кажется очевидным, что включение *электромагнетизма* в стандартную модель может существенно изменить как ее эволюционное поведение, так и привести к появлению свойств, радикально отличающихся от стандартных. Для этого, например, достаточно предположения о существовании во Вселенной совершенно небольших электрических зарядовых распределений в силу чрезвычайной величины электромагнитного взаимодействия по сравнению с гравитационным. Правда, *корректное включение электромагнетизма требует его геометризации, поскольку стандартная модель, по природе своей геометрическая.*

Таким образом, с одной стороны имеется *кризисная необходимость* геометризации классического электричества, а с другой стороны отсутствует *адекватная* задаче физическая модель пространства: известные модели сводятся к различным модификациям риманового континуума ОТО, которые обычно являются теми или иными *конфигурационными* обобщениями последнего. Конфигурационность обобщения сводится к формально-геометрическому описанию, которое либо не имеет ясного физического обоснования, либо имеющееся недостаточно. Обычно вызывает сомнения зависимость геометрии модели от движения и собственных характеристик материи (скорость, заряд, масса,...), логическая обоснованность которой легко оценивается в приближении пробной частицы (приближение поля). Например, континуальное пространство ОТО принципиально *не может* зависеть от характеристик пробной частицы уже потому, что она *пробная*[1].

На самом деле одна (физически весьма естественная) возможность *неконфигурационного* выбора 4d модели пространства все же существует. И сводится она к отказу от континуальности обычных моделей в пользу предположения о *составной*, *суперпозиционной* структуре реального пространства-времени. Схематично главной гипотезой новой модели (модель вложенных пространств – МВП) является предположение, что любая материальная частица (элемент распределенной материи) имеет свое собственное пространство[2], а реальное пространство-время Вселенной является результирующим *динамическим вложением* собственных пространств материи. При этом взаимодействия элементов материи играют роль *клея*, удерживающего *вложение* от распада на собственные пространства.

Начальные усилия в описании МВП изложены в работах [17–22]. К сожалению, первый вариант геометрии МВП, оказавшись нерационально сложным, допускал еще и конфигурационную трактовку, что заставило предпочесть описание МВП на основе понятия *динамическое вложение многообразий* [23]. Этот вариант и одно из космологических следствий теории изложены в недавних работах [25, 26].

В данной же работе продолжается развитие геометрического дифформализма модели: уточняются некоторые формулировки, излагается вывод и интерпретация уравнения геодезической МВП, корректируется вывод уравнений типа Эйнштейна. Наконец, следует упомянуть сохранившую актуальность мысль работы [25]: " ... автор, не будучи геометром, очевидно не может быть исчерпывающе строг в решении задачи: интуиция иногда оказывается единственным подспорьем, позволяющим продвинуться вперед. Безусловно, геометрия МВП ждет внимания профессионального математика для критического анализа и улучшения формулировок матаппарата...".

[1]Наиболее известным примером моделей этого типа является Финслерова модель [15], оснащенная одноименной, хорошо исследованной геометрией с развитым дифференциальным формализмом. Однако и здесь никак физически не обосновывается зависимость метрики от локальной скорости (как и от других собственных характеристик) материи – она просто постулируется.

[2]Оценку размеров собственного пространства можно взять из [16], с. 12: "...от $10^4\,mm$ до $10^7\,pc$" .

1. Динамическое вложение

Представление об МВП [23] построено на приближении пробной частицы и предполагает существование двух исходных многообразий $\{Mcharge\}$ (многообразие пробного заряда) и $\{Msource\}$ (многоообразие источника поля, к которому отнесена вся остальная материя Вселенной). Пространство МВП полагается метрическим многообразием $\{Membedding\}$, являющимся результатом *динамического вложения* указанных исходных многообразий. Его метрика определяется локальным механическим состоянием материи

$$g_{ik} = g_{ik}(x^l, u^m), \tag{1}$$

где x^l – 4-координата, $u^m = dx^m/ds$ – 4-скорость в рассматриваемой точке произвольной системы координат пространства МВП, а $ds = +\sqrt{g_{ik}dx^i dx^k}$ – интервал.

В частном случае слабых полей и медленных движений распределенной материи, (1) приближенно выглядит как

$$g_{00} \simeq 1 + 2\left(\varphi_g/c^2 + \alpha Au\right), \quad g_{0\alpha} \simeq g^{(0)}_{0\alpha} = 0,$$

$$g_{\alpha\beta} \simeq g^{(0)}_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}, \tag{2}$$

где φ_g, A_i – ньютонов и максвеллов потенциалы соответственно, а $c^2\alpha = \rho/\mu$ – отношение плотностей электрического заряда и массы материи.

1.1. Геодезическая

Приведем стандартный вывод уравнения геодезической, полагая ее кратчайшей в пространстве МВП: локальная вариация ее интервала должна быть нулем

$$0 = \delta\sqrt{g_{ik}(x,u)dx^i dx^k} = u_i \delta dx^i + ds u^k u^l \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{2}\left[\frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i}\delta x^i + \frac{\partial g_{kl}}{\partial u^m}\left(\frac{\delta dx^m}{ds} - u^m \frac{\delta_x ds}{ds}\right)\right] =$$

где δx^i – вариация системы координат $\{M$-$embedding\}$ (на краях интервала равна нулю), а δ_x – оператор вариации только x-зависимости $ds(x,u)$. Воспользовавшись коммутативностью операторов δ, d и опустив полные дифференциалы первого и последних двух слагаемых, получаем

$$= ds\delta x^i \left[-\frac{du_i}{ds} + u^k u^l \left(\frac{1}{2}\frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i}\right)\right] + \vartheta_i \left(d\delta x^i -\right.$$

$$\left. - u^i d\delta_x s\right) = ds\left\{\delta x^i [...] - \delta x^i \frac{d\vartheta_i}{ds} + \delta_x s \frac{d(\vartheta u)}{ds}\right\}$$

где ϑ_i – векторная величина

$$\vartheta_i = c_{i,kl} u^k u^l, \qquad c_{i,kl} = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{kl}}{\partial u^i}, \tag{3}$$

а $c_{i,kl}$ – тензорная. Воспользовавшись эйлеровой формой $d/ds \equiv u^i \partial/\partial x^i$, оператор последнего слагаемого фигурных скобок можно преобразовать как

$$\delta_x s \frac{d}{ds} = \delta_x s u^i \frac{\partial}{\partial x^i} \simeq \delta x^i \frac{\partial}{\partial x^i}$$

и вынеся скорости за координатные производные ((x^i, u^k) – независимые переменные), окончательно получаем

$$\frac{du_i}{ds} - u^k u^l \left(\frac{1}{2}\frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i}\right) - u^k u^l u^m \left[\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\frac{1}{2}\frac{g_{lm}}{\partial u^k}\right) -\right.$$

$$\left. - \frac{\partial}{\partial x^k}\left(\frac{1}{2}\frac{g_{lm}}{\partial u^i}\right)\right] = 0. \tag{4}$$

Отсюда следуют два важных заключения: во-первых ясно, что последнее слагаемое – лоренцево (векторный потенциал ϑ_i) и обусловлено только $\{Mcharge(x,u)\}$-составляющей вложения $\{Membedding(x,u)\}$, а второе, соответственно, относится только к $\{M$-$source(x)\}$. Во-вторых очевидно, что анализируемая геометризация ведет к более общему нежели классический, тензорному варианту электродинамики с потенциалом $c_{i,kl}$, (3). Связь этих вариантов дается определением вектора ϑ_i.

1.2. Общековариантная производная

Формально (1) описывает *анизотропное* пространство, чьи метрические свойства зависят от *направления u^i произвольно выбранной кривой параллельного переноса в точке x*. Пространство МВП по типу метрики напоминает *неоднородное финслерово* пространство [15], [23], а по внутренней структуре – *динамическое вложение многообразий* – кардинально отличается от финслерова (*единое многообразие*)[3]. Это различие структур ведет, в частности, к утверждению, что в отличие от обычных пространств в пространстве МВП существуют *два разных оператора градиента*, описывающих дифференциальное приращение функции: $\partial/\partial x^i$ и $\hat{b}_i$ – они определяют вклады от многообразий $\{Msource\}$ и $\{Mcharge\}$ соответственно, так что

$$\bar{d} = dx^i \bar{\partial}/\partial x^i, \quad \bar{\partial}/\partial x^i = \partial/\partial x^i + \hat{b}_i,$$
$$\hat{b}_i = 2u^k \hat{b}_{ik}, \quad \hat{b}_{ik} = \partial^2/\partial x^{[i}\partial u^{k]}, \qquad (5)$$

где квадратные скобочки у индексов означают *антисимметризацию*, $\hat{b}_{ik} = -\hat{b}_{ki}$.

Свойства градиентов $\partial/\partial x^i$ и $\hat{b}_i$ также обусловлены *динамическим вложением* – каждый из них действует *только* на объекты *собственного* многообразия, то есть

$$\partial/\partial x^i \in \{Msource\} \Rightarrow \partial f(Mc)/\partial x^i = 0,$$
$$\hat{b}_i \in \{Mcharge\} \Rightarrow \hat{b}_i f(Ms) = 0, \qquad (6)$$

где $f(Mc) \in \{Mcharge\}$ и $f(Ms) \in \{Msource\}$ – объекты (функции) определенные на $\{Mcharge\}$ и $\{Msource\}$[4].

Операторы $\hat{b}_i$ и $\hat{b}_{ik}$ – *линейные*, поскольку они определяют приращение первого порядка по dx^i, (5). (Дифференцирование по u^i в $\hat{b}_{ik}$ и умножение на u в $\hat{b}_i$ – восстанавливает объект из проекции и проектирует результат на *вложение* – на результирующее многообразие $\{Membedding\}$.) Очевидно, последовательное действие градиентов на любой объект любого из *исходных* и *результируещего* многообразий всегда дает нулевой результат:

$$\frac{\partial}{\partial x^i}\,\hat{b}_k = \hat{b}_l\,\frac{\partial}{\partial x^m} = 0, \qquad (7)$$

поскольку эти операторы "видят" только "свое" многообразие, (6), даже если действуют на $\{Membedding\}$ – *независимость* многообразий. Например, случай метрики $g_{ik}(M_s, M_c)$ многообразия $\{Membedding\}$: для $\partial g_{ik}(M_s, M_c)/\partial x^l \equiv \partial g_{ik}(M_s, 0)/\partial x^l \in \{Msource\}$.

Метричность многообразия $\{Membedding\}$ (1) позволяет судить о метрических свойствах геометрий исходных многообразий $\{Msource\}$ и $\{Mcharge\}$. В частности, *полагая эти геометрии римановыми*, можно построить для них соответствующие дифформализмы, введя общековариантные обобщения параллельного переноса и координатных производных [23]

$$\ldots_{|i} \equiv \bar{\partial}\ldots/\partial x^i \pm \Gamma^{\cdot}{}_{i.}\ldots, \quad g_{ik|l} = 0 \qquad (8)$$

для $\{Membedding\}$ и

$$\ldots_{|i} \equiv \ldots_{;i} + \ldots_{:i}\,, \qquad (9)$$

где

$$\ldots_{;i} \equiv \partial\ldots/\partial x^i \pm \gamma^{\cdot}{}_{i.}\ldots,$$
$$\ldots_{:i} \equiv \hat{b}_i\ldots \pm \omega^{\cdot}{}_{i.}\ldots \qquad (10)$$

– для $\{Msourse\}$ и $\{Mcharge\}$ соответственно. Простейшая интерпретация этого обобщения дает взаимнооднозначное соответствие параллельных переносов:

$$g_{ik|l} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad g_{ik;l} = 0, \quad g_{ik:l} = 0, \qquad (11)$$

аддитивность связностей

$$\Gamma^i{}_{kl} = \gamma^i{}_{kl} + \omega^i{}_{kl} \qquad (12)$$

и их явные выражения через метрику вложения

$$2\Gamma_{i,kl} = \bar{\partial} g_{ik}/\partial x^l + \bar{\partial} g_{il}/\partial x^k - \bar{\partial} g_{kl}/\partial x^i,$$
$$2\gamma_{i,kl} = \partial g_{ik}/\partial x^l + \partial g_{il}/\partial x^k - \partial g_{kl}/\partial x^i,$$
$$2\omega_{i,kl} = \hat{b}_l g_{ik} + \hat{b}_k g_{il} - \hat{b}_i g_{kl}. \qquad (13)$$

Здесь необходимо подчеркнуть важное для физики следствие принадлежности операторов $\partial/\partial x^i \in \{Msource\}$ и $\hat{b}_i \in \{Mcharge\}$ (6): в $\gamma_{i,kl}$ есть только гравитационные слагаемые, так же, как в $\omega_{i,kl}$ – только лоренцевы. Другими словами, $\gamma_{i,kl}$ физически полностью **эквивалентна** римановой связности ОТО – она **не содержит** "перекрестных" слагаемых типа $\partial(\alpha Au)/\partial x^l$.

[3] Впрочем как и от риманова – также *единое многообразие*.

[4] Метрический тензор *вложения* $g_{ik}(x, u)$ – пример объекта, определенного сразу на обоих многообразиях.

Также следует отметить, что общековариантное обобщение свойства (7)

$$\ldots_{;i:k} = \ldots_{:i;k} = 0 \tag{14}$$

ведет к ортогональности связностей исходных многообразий по любому индексу, например,

$$\gamma^{\cdot}{}_{i.}\omega^{i}{}_{..} = 0 \tag{15}$$

– свойство, влияющее на форму смешанных производных[5].

Уравнение геодезической (4) имеет типичный для римановой геометрии вид:

$$du^i/ds + \Gamma^i{}_{kl}u^k u^l = 0, \tag{16}$$

или с учетом (12):

$$\frac{\bar{D}u^i}{ds} \equiv \frac{du^i}{ds} + \gamma^i{}_{kl}u^k u^l - f^i{}_{k,lm}u^k u^l u^m = 0, \tag{17}$$

где для демонстрации физического смысла последнего слагаемого используется представление связности $\omega_{i,kl}$ с помощью оператора $\hat{b}_{ik}$ (3)

$$\omega_{i,kl} = (f_{lm,ik} + f_{km,il} - f_{im,kl})\, u^m. \tag{18}$$

Здесь $f_{ik,lm}$ – *нетензорный* МВП-аналог тензора электромагнитного поля векторной электродинамики:

$$f_{ik,lm} \equiv \hat{b}_{ik}g_{lm} = \partial c_{k,lm}/\partial x^i - \partial c_{i,lm}/\partial x^k, \tag{19}$$

а $2c_{i,kl} \equiv \partial g_{kl}/\partial u^i$ – *тензорный* МВП-аналог полевого потенциала (3).

Наконец, для дальнейшего необходимо привести несколько простых формул для связности $\omega_{i,kl}$. Линейность $\bar{d}$ ведет к обобщению стандартной связи дифференциалов определителя и компонент метрического тензора

$$\bar{d}g = gg^{ik}\bar{d}g_{ik} = -gg_{ik}\bar{d}g^{ik} \quad \Rightarrow$$

$$\partial g/\partial x^i = gg^{kl}\partial g_{kl}/\partial x^i, \quad \hat{b}_i g = gg^{kl}\hat{b}_i g_{kl}, \quad \ldots \tag{20}$$

откуда следуют различные полезные соотношения:

$$\omega^k{}_{ik} = \hat{b}_i \ln\sqrt{-g} = f_{il,k}{}^k u^l \quad \Rightarrow$$

$$f_{ik,l}{}^l = 2\hat{b}_{ik}\ln\sqrt{-g}; \tag{21}$$

$$\omega^{i,k}{}_k = -\hat{b}_k\left(\sqrt{-g}\,g^{ik}\right)/\sqrt{-g} =$$

$$= \left(2f_{kl,}{}^{ik} - f^i{}_{l,k}{}^k\right)u^l \Rightarrow$$

$$2f_{lk,}{}^{il} - f^i{}_{k,l}{}^l = 2\hat{b}_{kl}\left(\sqrt{-g}\,g^{il}\right)/\sqrt{-g}; \tag{22}$$

а также

$$2\omega_{(i,k)l} = \hat{b}_l g_{ik}; \quad 2\omega^{(i,k)}{}_l = -\hat{b}_l g^{ik};$$

$$\hat{b}_{ik}g^{lm} = -f_{ik,}{}^{lm}; \quad \omega^{[i,k]}{}_k = 2f_l{}^{[i,k]}{}_k u^l; \quad \ldots \tag{23}$$

причем круглые скобочки около пары индексов означают *симметризацию* по ней. Важным фактом развиваемого диффформализма является *некоммутативность* операторов $\hat{b}_i$:

$$\hat{b}_{[i}\hat{b}_{k]} = d\hat{b}_{ik}/ds. \tag{24}$$

1.3. Кривизны вложения

Естественно полагать, что решением задачи о кривизне пространства МВП является некоторое "динамическое" обобщение риманова понятия в духе развиваемых представлений. Определение тензора кривизны МВП, в отличие от однородного риманова случая (единственное многообразие), должно учитывать: а) неконтинуальность и б) внутреннюю подвижность пространства (*динамическое вложение*). Совершенно ясно, что искомое обобщение обязано совпадать с римановым для однородного случая и давать "ненулевое" значение для вложения даже плоских пространств.

С другой стороны, в общековариантном дифференциале произвольного $A_i(x,u)$, (3),

$$\bar{D}A_i = \left[\left(\partial/\partial x^k + \hat{b}_k\right)A_i - \Gamma^l{}_{ik}A_l\right]dx^k \equiv$$

$$\equiv \left(\partial A_i/\partial x^k\right)dx^k - \delta A_i,$$

$$\delta A_i = \left(\Gamma^l{}_{ik}A_l - \hat{b}_k A_i\right)dx^k \tag{25}$$

[5] Формулы (7), (14) и (15) – прямое следствие **независимости** исходных многообразий вложения. Включение взаимодействия (образование $\{Membedding\}$), очевидно, сохраняет это свойство. То есть, описать это свойство $\{Membedding\}$ можно лишь предположив абсолютную взаимную *ортогональность* элементов исходных многообразий: $\{Msource\} \otimes \{Mcharge\} = 0$

второе и третье слагаемые описывают приращения, обусловленные именно а) и б) свойствами вложения. Используя эти вклады, можно вычислить локальную циркуляцию A_i, обусловленную кривизной вложения

$$\Delta A_k = \oint_C \delta A_k = \oint_C \left(\Gamma^i{}_{kl} A_i - \hat{b}_l A_k\right) dx^l,$$

где C – малый контур: она позволяет судить о тензоре кривизны в центре контура, см., напр., [24]. Следует отметить, что оператор $\hat{b}_l$ *ортогонален* кривой переноса, $\hat{b}_l u^l = 0$, потому в дальнейшем эту особенность необходимо аккуратно учитывать.

Применяя теорему Гаусса, для приращений можно написать:

$$\Delta A_k = (1/2)\left[\partial\left(\Gamma^i{}_{km} A_i - \hat{b}_m A_k\right)/\partial x^l - \right.$$
$$\left. -\partial\left(\Gamma^i{}_{kl} A_i - \hat{b}_l A_k\right)/\partial x^m\right]\Delta f^{lm}, \qquad (26)$$

где $\Delta f^{lm} \equiv \Delta x^l \Delta x'^m - \Delta x^m \Delta x'^l$ – площадь поверхности, охватываемой контуром C.

Координатные производные в этом выражении определяются *только* кривизной пространства, потому (25) также определяет и производную

$$\partial A_i/\partial x^k = \Gamma^l{}_{ik} A_l - \hat{b}_k A_i$$

в любой точке внутри C. Используя эту связь, а также учтя линейность $\hat{b}_i$ и коммутативность его с $\partial/\partial x^i$, выражение (26) можно преобразовать к виду

$$\Delta A_k = (1/2)\left(\bar{P}^i{}_{klm} A_i - 2\hat{b}_{[l}\hat{b}_{m]} A_k\right)\Delta f^{lm}, \qquad (27)$$

где *тензор кривизны вложения*[6] суть

$$\bar{P}^i{}_{klm} = \frac{\bar{\partial}\Gamma^i{}_{km}}{\partial x^l} - \frac{\bar{\partial}\Gamma^i{}_{kl}}{\partial x^m} + \Gamma^i{}_{ln}\Gamma^n{}_{km} - \Gamma^i{}_{mn}\Gamma^n{}_{kl},$$

$$\bar{P}_{iklm} = \frac{\bar{\partial}\Gamma_{i,km}}{\partial x^l} - \frac{\bar{\partial}\Gamma_{i,kl}}{\partial x^m} + \Gamma^n{}_{im}\Gamma_{n,kl} - \Gamma^n{}_{il}\Gamma_{n,km}. \qquad (28)$$

Равенство нулю локальной циркуляции метрики определяет четную (симметричную) по *первой паре индексов* часть тензора кривизны:

$$\Delta g_{ik} = \left(\bar{P}_{(ik)lm} - \hat{b}_{[l}\hat{b}_{m]} g_{ik}\right)\Delta f^{lm} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\bar{P}_{(ik)lm} = \hat{b}_{[l}\hat{b}_{m]} g_{ik} \equiv df_{lm,ik}/ds, \qquad (29)$$

см. (24), что, в свою очередь, определяет *тензор Римана вложения* как нечетную (антисимметричную) по первой паре индексов часть тензора кривизны:

$$\bar{R}_{iklm} \equiv \bar{P}_{[ik]lm},$$

$$\bar{R}_{iklm} = \frac{\bar{\partial}\Gamma_{[i,k]m}}{\partial x^l} - \frac{\bar{\partial}\Gamma_{[i,k]l}}{\partial x^m} +$$
$$+\Gamma^n{}_{im}\Gamma_{n,kl} - \Gamma^n{}_{il}\Gamma_{n,km}. \qquad (30)$$

Тензор Римана в силу ортогональности связностей $\gamma_{i,kl}$ и $\omega_{l,mn}$ (15) распадается на два слагаемых R_{iklm} и r_{iklm}[7], описывающих вклады исходных многообразий $\{Msource\}$ и $\{Mcharge\}$:

$$R_{iklm} = \frac{\partial\gamma_{i,km}}{\partial x^l} - \frac{\partial\gamma_{i,kl}}{\partial x^m} + \gamma^n{}_{im}\gamma_{n,kl} - \gamma^n{}_{il}\gamma_{n,km}, \qquad (31)$$

$$r_{iklm} = \hat{b}_l\omega_{[i,k]m} - \hat{b}_m\omega_{[i,k]l} + \omega^n{}_{im}\omega_{n,kl} - \omega^n{}_{il}\omega_{n,km}. \qquad (32)$$

Нетрудно проверить, что r_{iklm} не обладает *всеми* индексными симметриями, свойственными классическому тензору Римана R_{iklm}, – отсутствует симметрия к перестановке *пар* индексов $\{ik\} \leftrightarrows \{lm\}$ (первые два слагаемых):

$$r_{iklm} = \frac{1}{2}\left(\hat{b}_l\hat{b}_k g_{im} - \hat{b}_l\hat{b}_i g_{km} - \hat{b}_m\hat{b}_k g_{il} + \right.$$
$$\left. +\hat{b}_m\hat{b}_i g_{kl}\right) + \omega^n{}_{im}\omega_{n,kl} - \omega^n{}_{il}\omega_{n,km},$$

$$r_{lmik} = \frac{1}{2}\left(\hat{b}_k\hat{b}_l g_{im} - \hat{b}_i\hat{b}_l g_{km} - \hat{b}_k\hat{b}_m g_{il} + \right.$$
$$\left. +\hat{b}_i\hat{b}_m g_{kl}\right) + \omega^n{}_{im}\omega_{n,kl} - \omega^n{}_{il}\omega_{n,km}$$

и как следствие – *несимметричность* тензора Риччи r_{ik}. Причина этой особенности заключена в некоммутативности операторов $\hat{b}_i$ (24). Можно показать, что обсуждаемая симметрия обеспечивается условием

$$df_{il,km\circlearrowleft}/ds = 0, \qquad (33)$$

где символ $\circlearrowleft$ обозначает сумму слагаемых с циклически переставленными индексами, а s – интервал кривой параллельного переноса. Эквивалентная этому условию форма

---

[6] Аналогично для контравариантного вектора $\Delta A^k = -(1/2)\left(\bar{P}^k{}_{ilm} A^i + 2\hat{b}_{[l}\hat{b}_{m]} A^k\right)\Delta f^{lm}$.

[7] То есть перекрестное слагаемое p_{iklm} [23] равно нулю.

записи r_{iklm} выглядит как – *именно она и будет использоваться в дальнейшем* –

$$r_{iklm} \equiv \hat{b}_{[i}\omega_{[l,m]k]} + \hat{b}_{[l}\omega_{[i,k]m]} + 2\omega^{n}{}_{i[m}\omega_{n,kl]}, \tag{34}$$

где антисимметризация осуществляется отдельно: по индексам внутренних и внешних скобок.

В дальнейшем изложении потребуется также явный вид кривизн $\{Mcharge\}$. Они представимы довольно громоздкими выражениями:

$$r_{ik} = g^{lm}r_{limk} = \frac{1}{2}\left[\hat{b}_l\left(\omega^{l}{}_{ik} - \omega_{(i,k)}{}^{l}\right) + \hat{b}_{(i}\cdot \cdot\left(\omega_{k),l}{}^{l} - \omega^{l}{}_{lk)}\right)\right] + \omega_{(i,lm}\omega^{l,m}{}_{k)} + \omega_{[l,m]i}\omega^{[l,m]}{}_{k} - -\omega_{(i,k)l}\omega^{(l,m)}{}_{m} - \omega_{l,ik}\omega^{[l,m]}{}_{m} = u^{n}\cdot \left[\frac{\partial f_{n[k,l]}{}^{l}}{\partial x^{i}} + \frac{\partial f_{n[i,l]}{}^{l}}{\partial x^{k}} + \frac{\partial\left(f_{n}{}^{l,}{}_{ik} - f_{n(i,k)}{}^{l}\right)}{\partial x^{l}}\right] + +u^{n}u^{p}\left[4\left(f_{n(i,k)l}f_{p}{}^{[l,m]}{}_{m} + f_{n[l,m]i}f_{p}{}^{[l,m]}{}_{k}\right) + +2f_{nl,m(i}f_{pk),}{}^{lm} - f_{nl,ik}f_{p}{}^{l,m}{}_{m} - f_{ni,lm}f_{pk,}{}^{lm}\right] \tag{35}$$

и

$$r = g^{ik}r_{ik} = 2\hat{b}_i\omega^{[i,k]}{}_{k} + \omega_{i,kl}\omega^{k,il} - \omega^{i}{}_{ik}\omega_{l,}{}^{lk} = = 4u^{i}\,\partial f_{i}{}^{[k,l]}{}_{l}/\partial x^{k} - u^{m}u^{n}\left[f_{mi,k}{}^{k}f_{n}{}^{i,l}{}_{l} + +f_{mi,kl}\left(f_{n}{}^{i,kl} - 2f_{n}{}^{k,il}\right)\right]. \tag{36}$$

Наконец необходимо сказать, что разделение алгебраических объектов геометрии на тензорные и нетензорные величины определяется, как принято, законами их преобразований при произвольных гладких координатных преобразованиях $x^{i} = x^{i}(x'^{k})$. При этом оператор $\partial/\partial u^{i}$ интерпретируется как *векторный* в силу векторности u^{i} (аналогия с $\partial/\partial x^{i}$):

$$\partial/\partial u^{i} = \left(\partial x'^{k}/\partial x^{i}\right)\partial/\partial u'^{k}. \tag{37}$$

Исходя из (37) можно доказать, что оператор $\hat{b}_{ik}$ – *тензор*, а $\hat{b}_i$ и $\bar{\partial}/\partial x^{i}$ – *векторы*; общековариантная производная вектора $A_{i|k}$ и подобные – тензор; $A_{i|[k|l]}, P_{iklm}$ и т. д. – также тензоры. А вот величина $f_{ik,lm}$, вообще говоря, тензором не является:

$$f_{ik,lm} = \frac{\partial x'^{n}}{\partial x^{i}}\frac{\partial x'^{p}}{\partial x^{k}}\frac{\partial x'^{r}}{\partial x^{l}}\frac{\partial x'^{s}}{\partial x^{m}}f'_{np,rs} - -2c'_{n,pr}\frac{\partial x'^{n}}{\partial x^{[i}}\frac{\partial}{\partial x^{k]}}\left(\frac{\partial x'^{p}}{\partial x^{l}}\frac{\partial x'^{r}}{\partial x^{m}}\right),$$

хотя одна из ее сверток, $f_{ik,l}{}^{l}$ – тензор (21), в противоположность другой, $f_{ik,}{}^{kl} = -\hat{b}_{ik}g^{kl}$ – нетензор.

2. Полевые уравнения

Конечной целью работы является нахождение полевых уравнений модели МВП. Для решения этой задачи используем принцип наименьшего действия (ПНД) в лагранжевом формализме модели.

2.1. Действие системы

Действие распределенной материи в 4d-пространстве *вложения* можно записать по образу и подобию ОТО, используя лагранжеву плотность свободной материи Λ_0 и кривизну пространства R. Кроме того, поскольку основными независимыми параметрами экстремизации действия следует выбрать метрику (изотропный параметр) и локальную скорость материи (анизотропный параметр) [20, 21], то вариационная процедура ПНД должна учитывать факт нормированности этих величин. Поэтому действие выглядит как

$$cS = \int\left(\Lambda_0 - \frac{\bar{R}}{2\varkappa} - \lambda_g g_{ik}g^{ik} - \lambda_u u^2\right)\sqrt{-g}d\Omega, \tag{38}$$

где

$$\Lambda_0 = -\mu_0 c^2 ds/\sqrt{g_{00}}\,dx^0, \tag{39}$$

μ_0 – плотность *затравочной ("голой")* массы – без полевых вкладов,

$$\bar{R} = g^{il}g^{km}\bar{R}_{iklm},\ \lambda_g \neq \lambda_g(g^{ik}),\ \lambda_u \neq \lambda_u(u^{i}), \tag{40}$$

– плотности заряда и массы в $\bar{R}$ – тоже *затравочные*, λ_g, λ_u – лагранжевы множители (константы по отношению к своему параметру) и

$$\varkappa = \frac{8\pi k}{c^4},\ g = det||g_{ik}||,\ d\Omega = dx^0dx^1dx^2dx^3, \tag{41}$$

k – гравитационная постоянная, g – определитель метрического тензора, $d\Omega$ – элемент 4-объема.

Выбор независимыми вариационными переменными величин g^{ik} и u^i придает вариационной процедуре геометрический смысл: варьирование по двумерной плотности точек многообразия (изотропное) и по направлению в нем (анизотропное варьирование). Условия соответствующих экстремумов действия будут выглядеть как

$$\delta S_{|g^{ik}} = 0, \qquad \delta S_{|u^i} = 0, \tag{42}$$

где первое условие дает уравнения гравитации, второе – уравнения электродинамики *вложения*. Причем вариация по скорости подразумевает операции *только от явных зависимостей от нее*, поскольку неявные зависимости учитываются в g^{ik}.

2.2. Уравнения гравитации МВП

Вариация действия системы (42) по метрике дает уравнение

$$R_{ik} - g_{ik}R/2 = \varkappa\Big[{t^{(0)}}_{ik} + {T^{(em)}}_{ik} + $$
$$+ (4\lambda_g + \lambda_u)g_{ik} - 2\delta\lambda_u/\delta g^{ik} - 2\lambda_u u_i u_k\Big], \tag{43}$$

где в соответствии определением [24]

$$\frac{1}{2}\sqrt{-g}\;T_{ik} = \frac{\partial(\sqrt{-g}\;\Lambda)}{\partial g^{ik}} - \frac{\partial}{\partial x^l}\frac{\partial(\sqrt{-g}\;\Lambda)}{\partial(\partial g^{ik}/\partial x^l)},$$

вспомнив, что

$$\partial g_{lm}/\partial g^{ik} = -(g_{il}g_{km} + g_{im}g_{kl})/2,$$

имеем для ТЭИ "голой" материи

$${t^{(0)}}_{ik} = -\Lambda_0 u_i u_k \tag{44}$$

и электромагнетизма

$${T^{(em)}}_{ik} = \frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial g^{ik}}\left[\sqrt{-g}\left(-\frac{r}{2\varkappa}\right)\right] =$$
$$= \left(-\frac{\partial}{\partial g^{ik}} + \frac{g_{ik}}{2}\right)\frac{r}{\varkappa}. \tag{45}$$

Ясно, что для получения окончательного вида уравнения (43) необходимо: а) найти уравнения электромагнитного поля для $f_{ik,lm}$ и б) исходя из разумных физических предпосылок, провести внутреннее согласование этой системы уравнений, что позволит определить лагранжевы множители λ_g и λ_u. Только после этих процедур задача нахождения полевых уравнений МВП будет решена полностью. Пример: электромагнитный ТЭИ ${T^{(em)}}_{ik}$ выражается не только через связности $\omega_{i,kl}$, но и через их производные $\hat{b}_m\omega_{i,kl}$, которые входят в r (45). Поэтому *строго говоря*, в отсутствие уравнений, связывающих эти производные с полем скоростей и $f_{ik,lm}$, найти явный вид ${T^{(em)}}_{ik}$, а также сделать какие-либо разумные предположения о лагранжевых множителях не представляется возможным.

2.3. Уравнения электромагнетизма МВП

Варьирование функционала (38) по явной зависимости от скорости (42) дает[8]

$$\frac{\delta\Lambda_0}{\delta u^i} - \frac{1}{2\varkappa}\frac{\delta r}{\delta u^i} - \lambda_u u_i - 4\,\frac{\delta\lambda_g}{\delta u^i} = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}\frac{\delta r}{\delta u^i} = \frac{\varkappa}{2}\left[(\Lambda_0 - 2\lambda_u)\,u_i - 8\frac{\delta\lambda_g}{\delta u^i}\right] \tag{46}$$

где использовано $\delta\Lambda_0/\delta u^i = \Lambda_0 u_i/2$. Нахождение $\delta r/\delta u^i$ из (36) и подстановка в (46) ведет к

$$\frac{\partial}{\partial x^k}\left({f_i}^{k,l}{}_l - {f_i}^{l,k}{}_l\right) - \Big[{f_{il,m}}^m {f^{kl,n}}_n +$$
$$+ f_{il,mn}\left(f^{kl,mn} - 2f^{km,ln}\right)\Big]u_k =$$
$$= \frac{\varkappa}{2}\left[(\Lambda_0 - 2\lambda_u)\,u_i - 8\frac{\delta\lambda_g}{\delta u^i}\right]. \tag{47}$$

Добавим к обеим частям (47) выражение

$$\frac{u_i}{4}\left[{f_{pl,m}}^m {f^{pl,n}}_n + f_{pl,mn}\left(f^{pl,mn} - 2f^{pm,ln}\right)\right],$$

[8] Поскольку g^{ik} и u^l – независимые вариационные переменные, то ковариантная компонента u_l должна рассматриваться как константа варьирования: если полагать (что требует метод) $c_{i,kl} = 0$, то из $0 = c_{i,kl}u^k u^l + u_i$ следует, что $u_i = 0$. Поэтому выход один: норму скорости записывать в виде $u_i u^i$ и считать результатом ее варьирования выражение $u_l\delta u^l \neq 0$, т. е. считать u_l константой варьирования по u^i. По этой же причине $\delta\Lambda_0/\delta u^i = \Lambda_0 u_i/2$.

тогда эти уравнения можно переписать в виде

$$\frac{\partial}{\partial x^k}\left(f_i{}^{k,l}{}_l - f_i{}^{l,k}{}_l\right) + 4\pi\tau_i{}^k u_k = \frac{\varkappa}{2}\,\Lambda_0 u_i, \tag{48}$$

где тензор τ_{ik} $(\tau_i{}^i = 0)$ суть

$$4\pi\tau_{ik} = -f_{il,m}{}^m f_k{}^{l,n}{}_n - f_{il,mn}\cdot$$

$$\cdot\left(f_k{}^{l,mn} - 2f_k{}^{m,ln}\right) + \frac{g_{ik}}{4}\left[f_{pl,m}{}^m f^{pl,n}{}_n +\right.$$

$$\left.+ f_{pl,mn}\left(f^{pl,mn} - 2f^{pm,ln}\right)\right], \tag{49}$$

а на лагранжевы множители правой части наложено условие (первое)

$$4\delta\lambda_g/\delta u^i + \lambda_u u_i = -\Lambda_f u_i/2, \tag{50}$$

где лагранжева плотность, соответствующая τ_{ik}, суть

$$2\varkappa\Lambda_f = -f_{lm,n}{}^n f^{lm,p}{}_p - f_{lm,np}\cdot$$

$$\cdot\left(f^{lm,np} - 2f^{ln,mp}\right). \tag{51}$$

2.4. Лагранжевы множители

Очевидно, что для нахождения λ_u, λ_g необходимо еще одно независимое условие типа (50). Для его нахождения удобно гравитационное уравнение (43) переписать в виде

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}}{2}R = \varkappa\frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial g^{ik}}\left[\sqrt{-g}\left(\Lambda_0 - \frac{r}{2\varkappa} -\right.\right.$$

$$\left.\left. -4\lambda_g - \lambda_u u^2\right)\right], \tag{52}$$

а затем в правой части учесть анизотропные формулы (46) и (50).

При этом, во-первых, из явного вида r следует

$$u^l\frac{\delta r}{\delta u^l} = r + \frac{\varkappa}{2}\,\xi_{lm}u^l u^m, \tag{53}$$

где

$$\xi_{ik} = -\frac{2}{\varkappa}\left[f_{il,m}{}^m f_k{}^{l,n}{}_n + f_{il,mn}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(f_k{}^{l,mn} - 2f_k{}^{m,ln}\right)\right]. \tag{54}$$

Во-вторых, выражение $u^l\delta r/\delta u^l$ можно записать исходя из (46) и (50) в виде

$$u^l\frac{\delta r}{\delta u^l} = \varkappa\left(\Lambda_0 + \Lambda_f\right),$$

а сравнив с (53), получить важное выражение для электромагнитной кривизны:

$$r = \varkappa\left(\Lambda_0 + \Lambda_f - \xi_{lm}u^l u^m/2\right). \tag{55}$$

Найдя из (50) лагранжев множитель λ_u

$$\lambda_u u^2 = -(\Lambda_f/2 + 4u^l\delta\lambda_g/\delta u^l) \tag{56}$$

и подставив его вместе с (55) в правую часть (52) имеем

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}}{2}R = \varkappa\frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial g^{ik}}\left\{\sqrt{-g}\left[\frac{\Lambda_0}{2} +\right.\right.$$

$$\left.\left. +\frac{\xi_{lm}u^l u^m}{4} + 4\left(u^l\frac{\delta}{\delta u^l} - 1\right)\lambda_g\right]\right\},$$

откуда уже совершенно очевидным становится второе условие на лагранжевы множители:

$$4\left(u^l\delta/\delta u^l - 1\right)\lambda_g = \Lambda_0/2, \tag{57}$$

поскольку в гравитационных источниках должен стоять все же полный ТЭИ $t_{ik}^{(0)}$ затравочной материи, а не его половина. Выражение (57) совместно с (56) дает в финале

$$\lambda_g = -\Lambda_0/4, \quad \lambda_u = \left(\Lambda_0 - \Lambda_f\right)/2. \tag{58}$$

2.5. Уравнения поля: окончательный вид

Таким образом для решения (58) гравитационные уравнения записываются в виде

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}}{2}R = \varkappa\left[t_{ik}^{(0)} + \frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial g^{ik}}\left(\sqrt{-g}\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdot\frac{1}{4}\,\xi_{lm}u^l u^m\right)\right].$$

Перепишем подоператорное выражение правой части в соответствии с

$$\frac{1}{4}\xi_{ik}u^i u^k = \Lambda_f + \frac{1}{4}\left(\xi_{ik} - 4g_{ik}\Lambda_f\right)u^i u^k \equiv$$

$$\equiv \Lambda_f + t_{ik}^{(br)}u^i u^k,$$

где Λ_f суть (51), а анизотропная лагранжева плотность *тормозных* сил (54), (51) есть

$$t^{(br)}_{ik} = \xi_{ik}/4 - g_{ik}\Lambda_f, \tag{59}$$

со следом $t^{(br)i}{}_i = -3\Lambda_f$.

Тогда окончательный вид уравнений типа Эйнштейна –

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}}{2}R = \varkappa \Big[t^{(0)}_{ik} + t^{(em)}_{ik} + $$

$$+ \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial g^{ik}} \left(\sqrt{-g}\; t^{(br)}_{lm} u^l u^m \right) \Big], \tag{60}$$

а тензор электромагнитного поля – соответственно (51)

$$t^{(em)}_{ik} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial g^{ik}} \left(\sqrt{-g}\; \Lambda_f \right). \tag{61}$$

(Вид *тормозного* ТЭИ весьма громоздок, потому оставляем его запись в (60) в операторном виде.)

Вернемся к уравнениям электромагнетизма (48), (49). Прежде всего поднимем свободный индекс: легко видеть, что в силу ортогональности связностей (15), метрический тензор по отношению к операторам этих уравнений является константой, потому (τ_{ik} – см. (49))

$$\frac{\partial}{\partial x^k} \left(f^{ik,l}{}_l - f^{il,k}{}_l \right) + 4\pi \tau^i{}_k u^k = \frac{\varkappa}{2}\, \Lambda_0 u^i.$$

По той же причине эту запись можно модифицировать к виду, удобному для анализа[9]:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left[\sqrt{-g} \left(f^{ik,l}{}_l - f^{il,k}{}_l \right) \right] + 4\pi \tau^i{}_k u^k =$$

$$= \frac{\varkappa}{2}\, \Lambda_0 u^i. \tag{62}$$

Сначала обратим внимание на то, что уравнение (62) (подобно (48) и (49)) связывает как *тензорные*, так и *нетензорные* величины. Из полевых $f_{ik,lm}$, к тензорным относятся только величины типа $f_{ik,l}{}^l = 2\hat{b}_{ik} \ln \sqrt{-g}$. Поэтому (62) относительно координатных преобразований представляет собой сумму *двух* уравнений:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\sqrt{-g}\; f^{ik,l}{}_l \right) + 4\pi \tau^i_{(1)k} u^k = \frac{\varkappa}{2}\, \Lambda_0 u^i, \tag{63}$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\sqrt{-g}\; f^{il,k}{}_l \right) - 4\pi \tau^i_{(2)k} u^k = 0, \tag{64}$$

где

$$4\pi \tau^i_{(1)k} = -f^{il,m}{}_m f_{kl,n}{}^n + (g_{ik}/4) f^{lm,n}{}_n f_{lm,p}{}^p, \tag{65}$$

$$4\pi \tau^i_{(2)k} = -f_{il,mn} \left(f_k{}^{l,mn} - 2 f_k{}^{m,ln} \right) +$$

$$+ (g_{ik}/4) f^{lm,np} \left(f_{lm,np} - 2 f_{ln,mp} \right). \tag{66}$$

Очевидно, сравнивать с классикой следует уравнение (63), которое удобно переписать в виде

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\sqrt{-g}\; f^{ik,l}{}_l \right) =$$

$$= \frac{\varkappa}{2} \left[g^i_k - (8\pi/\varkappa) \tau^i_{(1)k}/\Lambda_0 \right] \Lambda_0 u^k. \tag{67}$$

И если положить, (2), что для затравочной материи

$$f^{ik,l}{}_l = \alpha_0 F^{ik} \equiv \pm\sqrt{k}\; c^{-2} F^{ik},$$

где F^{ik} – максвеллов тензор электромагнитного поля, то уравнение (67) можно записать в стандартном виде классической электродинамики:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\sqrt{-g}\; F^{ik} \right) = -\frac{4\pi}{c} j^i, \tag{68}$$

где реальная плотность электрического тока

$$j^i = \pm\sqrt{k} \left(g^i{}_k - \frac{t^i{}_k}{\Lambda_0} \right) \mu_0 c\, \frac{dx^k}{\sqrt{g_{00}}\, dx^0}, \tag{69}$$

$$4\pi t^i{}_k = -F^{il} F_{kl} + (g^i{}_k/4) F^{lm} F_{lm},$$

выражается через плотность затравочного тока $j^i_{(0)}$:

$$j^i_{(0)} = \rho_0 c\, dx^i / \sqrt{g_{00}}\, dx^0$$

посредством связи затравочных плотностей заряда и инерциальной массы материи ρ_0, μ_0:

$$\rho_0 = \pm\sqrt{k}\; \mu_0. \tag{70}$$

[9] Ортогональность связностей (15) позволяет рассматривать и пространственную 4-плотность g как константу, см. ниже – появление $\sqrt{-g}$ в уравнениях. Именно так и должно быть: известно, что в полевые уравнения потенциал *может входить только в виде его координатных производных.*

Таким образом, существования затравочной массы μ_0 и гравитационной константы k оказывается достаточным для объяснения существования электрического заряда в МВП.

Более того, поскольку μ_0 в правых частях уравнений МВП (60) и (68) – аддитивный источник, ясно что формально допустим чисто полевой вариант теории: $\mu_0 = 0$. При этом плотность тока в (68) – квадратичная функция поля

$$j^i = \pm c^{-1}\sqrt{k}\; t^i{}_k u^k, \qquad (71)$$

а плотность заряда и векторной части электромагнитной массы материи

$$\rho = \pm\sqrt{k}\;\mu_e, \quad \mu_e c^2 = \sqrt{g_{00}}\; t_{ik}u^i u^k u^0. \quad (72)$$

Таким образом, можно утверждать что *в МВП для описания классических полей и материи вполне достаточно единственной физической константы – гравитационной постоянной.*

Заключение

Несмотря на то, что заявленные цели работы достигнуты, рассматриваемая геометризация электричества все же не полна: уравнения для сверток $f^{ik,l}{}_l$ и $f^{il,k}{}_l$ найдены, однако вывод "основного" уравнения – для $f^{ik,lm}$ – еще предстоит сделать. Кажется, что стандартная вариационная процедура действия (38) по тензорному потенциалу $c_{i,kl}$ (3) должна привести к искомым уравнениям, однако она, будучи заметным усложнением векторного варианта, похоже представляет собой далеко нетривиальную задачу. Например, из явного вида r (35) следует, что вариация приведет к появлению слагаемых, содержащих субстанциональные производные скорости, в частности ее 4-ротор $u_{[i,k]}$. А это означает, что и лагранжева плотность затравочной материи Λ_0 должна быть записана с соответствующей точностью – содержать подобные слагаемые...

Тем не менее, можно считать доказанным, что *неконфигурационная* геометризация неквантовой электродинамики на базе представлений МВП *возможна* и ведет к *объединению* с релятивистской гравитационной теорией. Основной результат работы – полевые уравнения МВП (63), (64), (68) – имеют два класса решений: *тензорные и нетензорные*. Для частицеподобного случая эти классы могут интерпретироваться как описывающие *стабильные и нестабильные* частицы соответственно.

Для квантовой теории из связей (67) и (68) следует, что существование бозона Хиггса μ_0 и константы k автоматически дает затравочный ("голый") электрический дублет ρ_0 (70), а перенормировка (69) – уже "одетый" дублет ρ. Таким образом эти связи демонстрируют способ оснащения нейтральной материи электрическим зарядом. Кажется несомненным, что такое "расщепление" нейтральной материи на электрозаряженную должно иметь заметные космологические последствия и должно учитываться в расчетах эволюции как галактик, так и самой Вселенной: необходимо знать распределение не только нейтральной материи, но и электрозаряженной. Нельзя априори исключать также и существование реликтового электрического заряда... Следует упомянуть и чисто полевой вариант теории с $\mu_0 = 0$: в нем $\pm\sqrt{k}$ – *характеристика физического вакуума* Вселенной (знак следует определить экспериментально).

Важным космологическим следствием развиваемой теории является предсказание эффекта *красного смещения* в электромагнитных полях [26] $\Delta\omega_e/\omega \simeq \mp 0,861\cdot 10^{-21}\cdot \Delta\varphi_e(V)$, где φ_e – потенциал электрического поля, измеренный в вольтах. Знак эффекта также определяется из измерений. Приведенная формула справедлива для случая холодной затравочной материи $u^i \simeq (1, \overrightarrow{0})$, в частности, для материи современной Вселенной[10]. Существование сдвига – хороший экспериментальный тест не только на справедливость МВП, но и на электронейтральность затравочной материи в области пространства, где производятся измерения. Сдвиг также может послужить обоснованием гипотезы об электрическом заряде Вселенной. Интересен физический смысл эффекта и для *полевого варианта теории*

[10] В общем случае электромагнитный сдвиг, как нетрудно видеть, определяется выражением $\Delta\omega_e/\omega \simeq \mp c^{-2}\sqrt{k}\;\Delta(Au)$ (2).

и для квантовой виртуальной материи физического вакуума Вселенной. Очевидно за электрическим зарядом Вселенной (в дополнение к существующему реликтовому излучению) должно стоять стационарное космологическое электромагнитное поле, вызывающее ускоренное расширение Вселенной МВП.

Идея *вложения* многообразий (собственных пространств материи) имеет принципиальное значение для квантовой теории. Особенно это относится к проблеме измерений. Дело в том, что при измерениях возникает вопрос о метрике (о геометрии – в общем случае) пространства, в котором осуществляется измерение: за актом измерения всегда стоит дополнительное взаимодействие прибора и измеряемого объекта, которое порождает соответствующий дополнительный вклад собственного многообразия объекта во *вложение* объект+прибор... А это означает, что геометрия пространства *не постоянна* в процессе измерения, потому его результат не может быть точным.

Список литературы

1. *Nordstrom G.* Zur Theorie der Gravitation vom Standpunkt des Relativitatsprinzip // Chrn. d. Phys. 1913. Vol. 42. P.533–540.

2. *Einstein A., Focker A.D.* Nordstrom's Theory of Gravitation from the Point of View of the Absolute Differential Calculus // Ann. Phys. 1914. Vol. 44. P.321–328.

3. *Einstein A.* Erklarung der Perihelbevegung der Merkur aus der allgemeinen Relativitatstheorie // Sitzungsber. Preuss. Acad. Wiss. 1915. Vol. 47. P.831–839.

4. *Einstein A.* Die Grundlage der allgemeinen Relativitatstheorie // Ann. Phys. 1916. Vol. 49. P.769–822.

5. *Weil H.* A. Einstein and theory of gravitation // Sitzungsber, d. Berl. Akad. 1918. P.465.

6. *Kaluza Th.* On the Unification Problem in Physics // Sitzungsber, d. Berl. Akad. 1921. P.966–972.

7. *Klein O.* Quantentheorie und funfdimensionale Relativitatstheorie // Zeits. f. Physik. 1926. Vol. 37. P.895–906.

8. *Коноплева Н.П., Попов В.Н.* Калибровочные поля. М: Атомиздат, 1972.

9. *Vladimirov Yu.S.* The Unified Field Theory, Combining Kaluza's Five-Dimensional and Weyl's Conformal Theories // GRG. 1982. Vol. 12. P.1167–1181.

10. *Voicu N.* ON THE FUNDAMENTAL EQUATIONS OF ELECTROMAGNETISM IN FINSLERIAN SPACETIMES // Progress In Electromagnetics Research. 2011. Vol. 113. P.83–102.

11. *Minkovski H.* Raum und Zeit // Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. 1909. Vol. 18. P.75–88.

12. *Riess A.G. et al.* OBSERVATIONAL EVIDENCE FROM SUPERNOVAE FOR AN ACCELERATING UNIVERSE AND A COSMOLOGICAL CONSTANT // The Astronomical Journal. 1998. Vol. 116. P.1009–1038.

13. *Perlmutter S. et. al.* MEASUREMENTS OF Ω AND Λ FROM 42 HIGH-REDSHIFT SUPERNOVAE // The Astronomical Journal. 1999. Vol. 517. P.565–586.

14. *Рубаков В.А.* Иерархиии фундаментальных констант // УФН. 2007. Vol. 177, № 4. P.407–414.

15. *Rund H.* The differential geometry of Finsler spaces. Springer-verlag, 1959.

16. *Eddington A.S.* The combination of relativity theory and Quantum theory. Dublin Institute of Advanced Studies, 1943.

17. *Noskov V.I.* Relativistic version of Finslerian geometry and an electromagnetic "redshift" // Gravitation&Cosmology. 2001. Vol. 7, № 1(25). P.41–51.

18. *Noskov V.I.* On the relativistic nature of Finslerian geometry // Gravitation&Cosmology. 2004. Vol. 10, № 3(39). P.1–6.

19. *Noskov V.I.* Relativistic version of Finslerian geometry II // Gravitation&Cosmology. 2004. Vol. 10, № 4(40). P.279–288.
20. *Noskov V.I.* Model of embedded spaces: the field equations // Gravitation&Cosmology. 2007. Vol. 13, № 2(50). P.127–132.
21. *Noskov V.I.* Model of embedded spaces: the field equations // arXiv:0706. 2396vl [gr-qc] 16 Jun 2007.
22. *Noskov V.I.* The possibility of relativistic finslerian geometry // Journal of Mathematical Sciences. 2008. Vol. 153, № 6. P.799–827.
23. *Noskov V.I.* Model of Embedded Spaces: Peculiarities of Dynamical Embedding and Geometry // Gravitation&Cosmology. 2013. Vol. 19, № 4. P.257–264.
24. *Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц* Теория поля. М.: Наука, 1988.
25. *Noskov V.I.* Model of Embedded Spaces: Gravitation and Electricity // Gravitation&Cosmology. 2016. Vol. 22, № 2. P.199–207.
26. *Noskov V.I.* Redshift in the Model of Embedded Spaces // Gravitation&Cosmology. 2017. Vol. 23, № 4. P.316–319.

Geometrization of Classical Fields in the Embedded Spaces Model

V. I. Noskov

Institute of Continuous Media Mechanics of Ural Branch of RAS; 1, Korolyov, Perm, 614013, Russia
nskv@icmm.ru

The paper shows that the joint nonconfigurational geometrization of the gravitational and electromagnetic fields leads to a metric manifold related to the Model of Embedded Spaces (MES). MES assumes the existence of an eigen manifold of a massive particle (an element of distributed matter) and states that the space-time of the Universe is the 4d-metric result of *dynamic embedding of such manifolds*, whose partial contribution is determined by matter interactions. An embedding can be equipped with a Riemann-like geometry, whose differential formalism in the test particle approximation is obtained by a formal generalization of the gradient operator. The paper continues the work on the substantiation of the *dynamic embedding* geometry and the geodesic equation is derived. In the applied part of the study, the MES-analogue of the Maxwell equation is obtained and the derivation of the MES-analogue of the Einstein equation is corrected. Some fundamental physical and cosmological consequences of the developed concept are discussed.

Keywords: *geometrization; electrodynamics; gravity; redshift.*