

УДК 534.2: 533.6:519.6

# Численное моделирование распространения звуковых волн, выходящих из трубки малого сечения в бесконечное пространство

**В. К. Мехоношин, Н. В. Шуваев**

Пермский государственный национальный исследовательский университет  
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15  
fortress-europe@ya.ru; 8 (342) 239 62 98

Проверено предположение, что звук, выходящий из трубки в бесконечное пространство, является близким к монополюсному.

**Ключевые слова:** звуковая волна; ANSYS; акустика.

DOI: 10.17072/1993-0550-2018-4-27-31

## Введение

Актуальность данной работы заключается в том, что прогнозирование резонансных явлений в проточной части газотурбинного двигателя позволяет избежать повышенных пульсаций давления в проточной части и повышенных напряжений в деталях.

В настоящее время не существует достаточно подробных математических моделей для прогнозирования акустического резонанса в проточной части газотурбинного двигателя. Данная работа является подготовительной к проведению эксперимента по определению резонансных частот замкнутой полости.

Впервые анализ излучения звука на срезе круглой трубки без фланца проведен Г. Левиным и Дж. Швингером [1].

В экспериментальных работах, среди которых можно выделить работы [2, 3], наибольшее отклонение от монополюсного излучения демонстрировали волны с высокой частотой, а с низкой имели равномерную диаграмму направленности.

В работе [4] была рассмотрена трубка с бесконечным фланцем. Во всех работах отмечается различное поведение звуковой волны в зависимости от частоты.

## 1. Концептуальная постановка задачи

При моделировании задачи бесконечное пространство заменяется конечным. Задача решается в осесимметричной постановке. Плоская геометрическая модель, изображенная на рис. 1, построена в ANSYS ICEM. Для выполнения расчетов использовался пакет ANSYS CFX. Размеры исследуемой области выбраны из расчета, что линия снятия параметров должна иметь радиус равный 25 радиусов трубки. Радиус расчетной области равняется 50 радиусам трубки соответственно. При радиусе трубки 16 мм радиус расчетной области составляет 800 мм, а радиус линии снятия параметров – 400 мм. В ANSYS CFX нет осесимметричной постановки задачи, аналогом является решение задачи на сеточной модели-секторе сферы, которая получается вращением исходной сетки с вытягиванием ее на одну ячейку в окружном направлении (рис. 2).

При решении задачи на границах сектора в окружном направлении используются условия периодичности. Для задания возбуждения на входе в трубку задаются граничные условия, соответствующие акустической волне. На внешнюю границу накладываются неотражающие граничные условия.

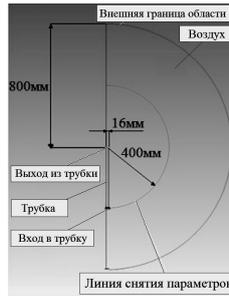


Рис. 1. 2D-модель

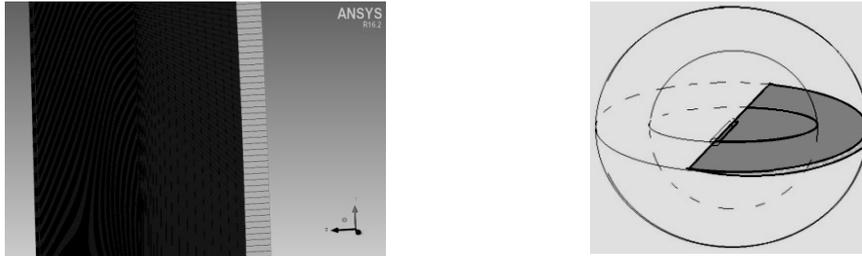


Рис. 2. Расчетная область-сектор сферы

## 2. Математическая постановка задачи

Для расчета направленности звуковых волн воспользуемся нестационарными уравнениями движения вязкого теплопроводного совершенного газа [5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) &= 0, \\ \frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) &= -\nabla p + \nabla \cdot \tau, \\ \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + p)) &= \nabla \cdot (\chi \nabla T + \tau \cdot \vec{v}). \end{aligned} \quad (1)$$

Тензор вязких напряжений определяется выражением

$$\tau = \eta [\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T] - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I. \quad (2)$$

Полная энергия:

$$E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}, \quad (3)$$

где  $\rho$  – плотность;  $\vec{v}$  – вектор скорости;  $p$  – давление;  $T$  – температура;  $h$  – энтальпия;  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости;  $\chi$  – коэффициент теплопроводности;  $I$  – единичная матрица.

Для замыкания системы уравнений (1–3) используется уравнение состояния совершенного газа:

$$p = \rho RT, \quad (4)$$

где  $R$  – газовая постоянная для воздуха.

Схема граничных условий показана на рис. 3. На входе в трубку (Inlet) задается температура  $T_{inlet} = 288,15$  К, относительное давление изменяется по гармоническому закону:

$$P_{inlet} = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t), \quad (5)$$

где  $t$  – время (с),  $f = 5000$  Гц – частота,  $A = 500$  Па – амплитуда.

На выходе из трубки (Outlet) используются неотражающие граничные условия, задается относительное давление  $P_{outlet} = 0$  Па и статическая температура  $T_{outlet} = 288,15$  К.

На поверхности стенок трубки (Wall) задаются условия непротекания. При инициализации расчетной области задается нулевое распределение скоростей  $v_{st} = 0 \frac{M}{c}$ , температурное поле с температурой  $T_{st} = 288,15$  К, равномерное поле статических давлений  $P_{st} = 1$  атм.

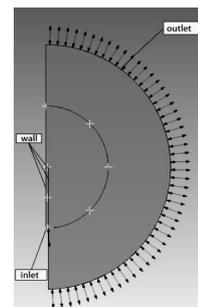


Рис. 3. Схема граничных условий

Сеточная модель содержит 121573 элементов и 119987 узлов. Размер элемента выбран, исходя из условия, что на волну с частотой 5000 Гц приходится приблизительно по 40 ячеек.

Основные уравнения решаются методом контрольных объемов по пространству и используется второй порядок точности по пространству (High Resolution). Используется схема второго порядка точности по времени (Second order backward Euler). На один период колебаний приходится 40 итераций, шаг по времени равен  $5 \cdot 10^{-6}$  сек. Для установления решения на каждом шаге по времени используется по 5 внутренних подитераций.

Для оценки сходимости в трубке и на линии снятия параметров устанавливаются точки мониторинга звукового давления (рис. 4). Расчеты останавливаются после установления постоянной амплитуды звукового давления в точках мониторинга.

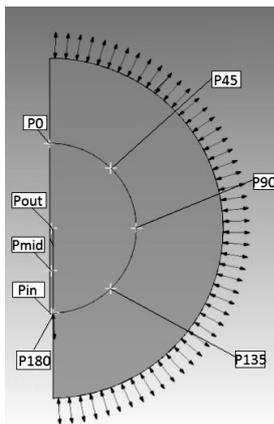


Рис. 4. Схема расположения точек мониторинга давления

### 3. Анализ результатов

На рис. 5 показаны графики зависимости звукового давления от количества периодов звуковых колебаний в точках мониторинга.



Рис. 5. Сигналы давления в точках мониторинга, располагающихся в трубке

Полученный сигнал был преобразован с помощью дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Полученные амплитуды изображены на рис. 6.

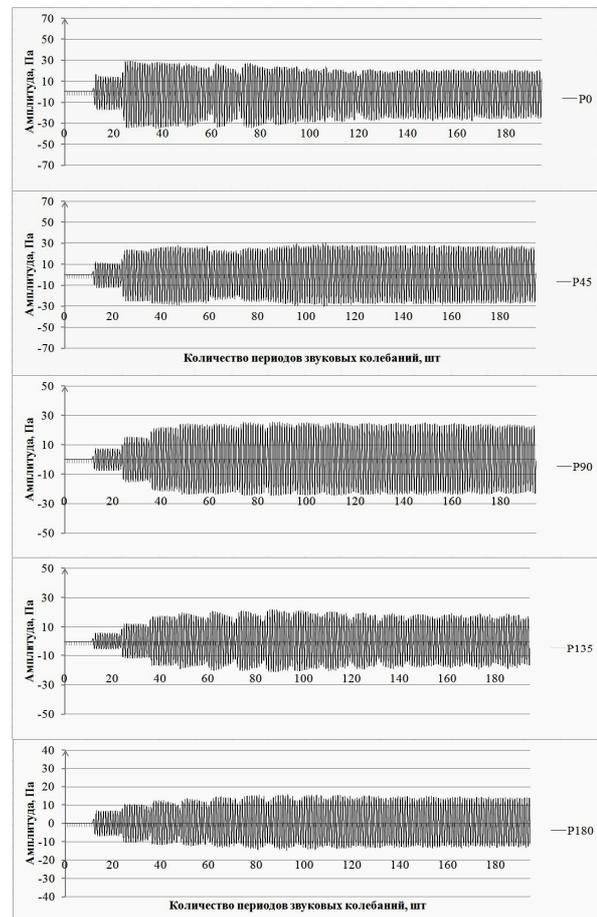


Рис. 6. Сигналы давления в точках мониторинга, располагающихся на линии снятия параметров

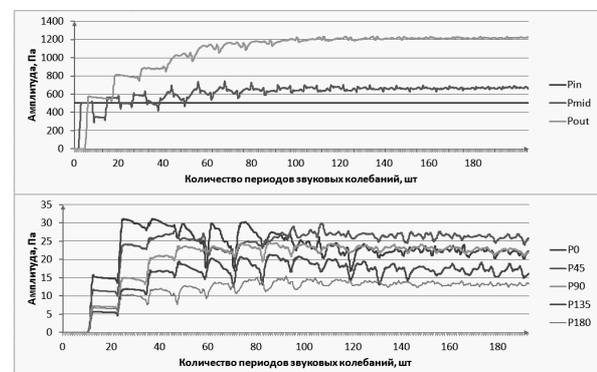


Рис. 7. График зависимости амплитуды от количества периодов звуковых колебаний

Установившиеся амплитуды звуковых колебаний в точках мониторинга внутри трубы:  $P_{in} = 500$  Па,  $P_{mid} = 665$  Па,  $P_{out} = 1110$  Па. Амплитуда звуковой волны на выходе из трубы и на входе различается более чем в 2 раза, что объясняется наличием внутри трубы стоячей волны, образовавшейся вследствие отражения акустической волны от открытого конца трубки [9].

Наличие стоячей волны приводит к синусоидальному распределению амплитуд колебаний вдоль трубы (рис. 7).

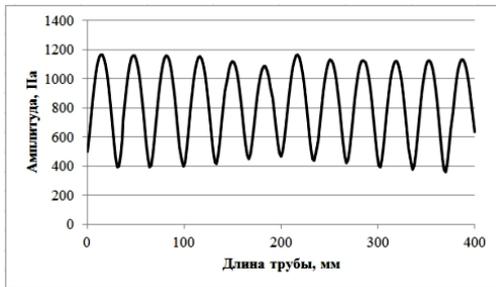


Рис. 8. Распределение колебаний вдоль трубы

Распределение давления в расчетной области после установления решения приведено на рис. 8.

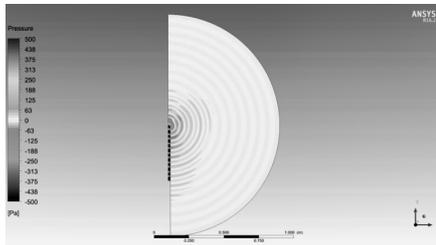


Рис. 9. Распределение давления в расчетной области

Установившиеся амплитуды звуковых колебаний в точках мониторинга на линии снятия и их среднеквадратичное значение параметров:  $P_0 = 22$  Па,  $P_{45} = 26$  Па,  $P_{90} = 22$  Па,  $P_{135} = 17$  Па,  $P_{180} = 14$  Па,  $P_{rms}^* = 21,2$  Па.

Теоретическое значение амплитуды колебаний, вычисленной на основе закона сохранения энергии звуковой волны, на линии снятия параметров составляет  $P_t = 22,2$  Па. Различие теоретического и расчетного значений амплитуд незначительно, что говорит о правильности построенной модели.

Вычисленная диаграмма направленности изображена на рис. 9. Для ее построения были проанализированы точки на линии снятия параметров с шагом  $0,25^\circ$ , в которых брались значения амплитуд звуковых давлений.

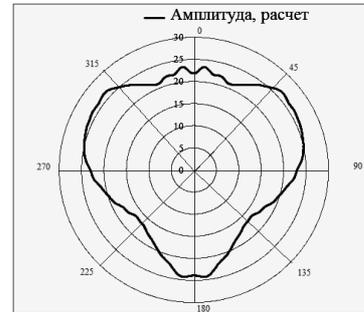


Рис. 10. Диаграмма направленности звуковых волн (амплитуда давления, Па)

В работе [2] был проведен эксперимент по распространению звуковых волн, выходящих из трубки длиной 1 м, при диаметре 0,05 м и радиусе линии снятия параметров 0,3 м и частотах 2000, 4000, 8000 Гц.

На рис. 10 изображена диаграмма направленности амплитуд в результате расчетных данных, полученных в настоящей работе, и в экспериментальной работе [2].

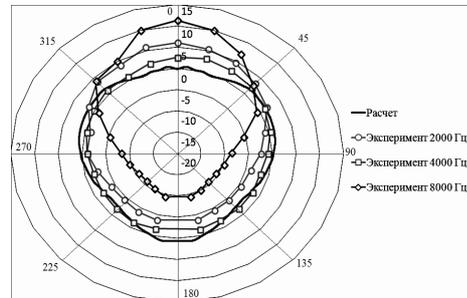


Рис. 11. Диаграмма направленности (отличие интенсивности звуковых колебаний от среднего значения, дБ)

Для исследования предположения о монополярности звуковых волн, выходящих из трубки, посчитаны среднеквадратическое значение амплитуды звукового давления ( $P_{rms} = 22,1$  Па), среднеквадратическое отклонение ( $S_r = 2,2$  Па) и максимальное отклонение от среднеквадратичного значения ( $S_r^{max} = 5,4$  Па).

Разброс амплитуд звукового давления оценивается нами как большой, что не позволяет считать такой источник монополярным.

## Выводы

Проведенные расчеты свидетельствуют о том, что при построении расчетных моделей, воспроизводящих условия эксперимента, в котором в качестве источника выступает открытый конец трубки, следует моделировать излучение звука из трубки напрямую и не заменять его монопольным источником.

## Список литературы

1. *Levine H.* On the radiation of sound from an unflanged circular pipe / H. Levine, J. Schwinger // *Physical Review*. 1948. Vol. 73, № 4. P. 383–406.
2. *Simoneau T.* Sound radiation of the end of cylindrical duct application on industrial stacks / T. Simoneau // *Proceeding of the Acoustics-08*. Paris, France, 29 June – 4 July, 2008. P. 1441–1445.
3. *Farooqui M., Aur'egan Y., Pagneux V.* Manipulating acoustic waves radiation direction using Liner surface modes // *Proceedings of 12th International Congress on Artificial Materials for Novel Wave Phenomena*, 2018, Aug.–27<sup>th</sup>Sept.1<sup>st</sup>. URL: <https://www.researchgate.net/publication/327555434> (дата обращения: 06.10.2018).
4. *Norris A.N.* Acoustic radiation from a circular pipe with an infinite flange / A.N Norris, I.C. Sheng // *Journal of Sound and Vibration*. 1989. Vol. 135, № 1. P. 85–93.
5. *Исакович М.А.* Общая акустика: учеб. пособие. М.: Наука, 1973. С. 73–75.
6. *Ржевкин С.Н.* Курс лекций по теории звука: учеб. пособие. М.: Изд-во Московского университета, 1960. С. 30–33.
7. *ANSYS Help Viewer Release 16.2* - © SAS IP, Inc.
8. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.; Л.: Гостехиздат, 1950. С. 36–42.
9. *Macquarie university* – Standing Waves and Resonance. URL: <http://clas.mq.edu.au/speech/acoustics/frequency/resonance.html> (дата обращения: 07.10.2018).
10. *University of Southampton*-Open-ended pipe. URL: <https://blog.soton.ac.uk/soundwaves/standing-waves/4-open-ended-pipe.html> (дата обращения: 07.10.2018).

# Numerical simulation of sound radiation from an open ended pipe to the infinite space

V. K. Mekhonoshin, N. V. Shuvaev

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia  
fortress-europe@ya.ru; 8 (342) 239 62 98

In this paper, we have tested the assumption that the sound coming out of the duct into the infinite space, is close to the monopole.

**Keywords:** *sound wave; ANSYS; acoustics.*