УДК 530.12:531.551

Спонтанное нарушение симметрии в космологии с вращением

В. Ф. Панов, Е. В. Кувшинова
Пермский государственный национальный исследовательский университет
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15
kuvlenka@narod.ru ; 8(342) 239-65-60

Спонтанное нарушение калибровочной симметрии в космологии, в том числе в космологических моделях с вращением рассматривается в ряде работ ([1, 3] и др.). В данной работе исследуется эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии в космологической модели типа I по Бьянки и модели типа Гёделя.

Ключевые слова: *спонтанное нарушение симметрии; космологические модели.*

DOI: 10.17072/1993-0550-2018-3-76-79

1. Исследование модели типа I по Бьянки

Спонтанное нарушение калибровочной симметрии в космологии, в том числе в космологических моделях с вращением, исследовалось в ряде работ [1, 2]. Рассмотрим, может ли быть эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии в моделях с метрикой типа I по Бьянки вида

$$ds^2 = dt^2 - 2R\mu dydt - R^2\left(dx^2 + \lambda dy^2 + dz^2\right), \quad (1.1)$$

где $R = R(t), \quad \mu, \lambda = const$.

Предположим, что есть некоторая модель с метрикой (1.1). При этом мы предполагаем, что одним из источников гравитационного поля является сопутствующая идеальная жидкость.

Рассмотрим самодействующее комплексное скалярное поле $\varphi(t)$ в искривленном пространстве с метрикой (1.1), удовлетворяющее уравнению

$$g^{ik}\nabla_i\nabla_k\phi + M^2\phi - \frac{1}{6}\tilde{R}\phi + \frac{\Lambda}{3}\phi^*\phi^2 = 0, \quad (1.2)$$
$$(\Lambda > 0),$$

которое получается из плотности лагранжиана

$$L = \sqrt{-g}[g^{ik}\partial_i\phi^*\partial_k\phi - M^2\phi^*\phi + \frac{\tilde{R}}{6}\phi^*\phi - \frac{\Lambda}{6}(\phi^*\phi)^2], \quad (1.3)$$

инвариантной относительно калибровочных преобразований вида

$$\varphi \to \varphi\exp(i\alpha), \quad \varphi^* \to \varphi^*\exp(-i\alpha).$$

Обозначим |0> гейзенберговское вакуумное состояние, определенное при $t=t_{pl}$. Из пространственной однородности (1.1) вытекает, что если вакуумное среднее φ отлично от нуля, то оно может зависеть только от t:

$$<0|\varphi(t,x,y,z)|0> = <0|\varphi(t)|0> = q(t). \quad (1.4)$$

Вследствие C – инвариантности состояния |0> величина q – вещественна. Отличие q от нуля означает спонтанное нарушение калибровочной симметрии. При этом, в ходе усреднения (1.2) по состоянию |0> предполагается в древесном приближении

$$<0|\phi^*\phi^2|0> \approx \approx <0|\phi^*|0><0|\phi|0>^2 = q^3 \quad (1.5)$$

Для метрики (1.1):

$$g = -R^6\left(\lambda + \mu^2\right),$$

$$\tilde{R} = -\frac{6\left(\ddot{R}R + \dot{R}^2\right)\lambda}{2C^2k^2}, R_0^0 = -\frac{3\ddot{R}\lambda}{R\left(\lambda + \mu^2\right)}.$$

Исследуем эффект спонтанного нарушения симметрии скалярного поля φ в пространстве–времени с метрикой (1) в двух случаях:

1) для $R(t)=const$, усредненное уравнение (1.2) для метрики (1.1) примет вид

$$qM^2 + \frac{\Lambda}{3}q^3 = 0. \qquad (1.6)$$

Так как уравнение (1.6) имеет нулевое решение $q=0$ и не имеет ненулевых действительных решений, то несимметричного вакуумного состояния в данном случае у нас не будет.

Используем метрический тензор энергии – импульса для скалярного поля φ:

$$T_\mu^\nu = \nabla_\mu\phi^*\nabla^\nu\phi + \nabla^\nu\phi^*\nabla_\mu\phi - \delta_\mu^\nu[\nabla^\alpha\phi^*\nabla_\alpha\phi - \\ -M^2\phi^*\phi] - \frac{1}{3}[-R_\mu^\nu + \frac{1}{2}\delta_\mu^\nu\tilde{R} + \nabla^\nu\nabla_\mu - \qquad (1.7) \\ -\delta_\mu^\nu\Box]\phi^*\phi + \frac{\Lambda}{6}\delta_\mu^\nu(\phi^*\phi)^2.$$

где R_μ^ν – тензор Риччи, δ_μ^ν – единичный тензор.

Вакуумная плотность энергии для данной модели равна

$$E=<0|T^0{}_0|0> = \left(M^2 + \frac{1}{3}R_0^0 - \frac{1}{6}\tilde{R}\right)q^2 + \\ +\frac{\Lambda}{6}q^4 \qquad (1.8)$$

При $q=0$ $E=<0|T^0{}_0|0>=0$.

Таким образом, у нас будет симметричное вакуумное состояние.

2) для $R(t)=vt$, $M=0$, уравнение (1.2), усредненное по гейзенберговскому вакуумному состоянию с учетом древесного приближения имеет вид:

$$\ddot{q} + \frac{3}{t}\dot{q} + \frac{q}{t^2} + \frac{\Lambda}{3}\frac{\left(\lambda+\mu^2\right)}{\lambda}q^3 = 0 \qquad (1.9)$$

Сделав замену $q = \frac{f(t)}{t}$, получим

$$\ddot{f}t^2 + \dot{f}t + \frac{\Lambda\left(\lambda+\mu^2\right)}{3\lambda}f^3 = 0, \qquad (1.10)$$

сделаем замену $\tau = \ln t$, получим

$$f'' + \frac{\Lambda\left(\lambda+\mu^2\right)}{3\lambda}f^3 = 0, \qquad (1.11)$$

где $f' = \frac{df}{d\tau}$.

Так как период колебаний нелинейной консервативной системы, описываемой (1.11), не один и тот же, а зависит от начальных условий, то периодические движения, описываемые решением (1.11), выраженным через эллиптические функции Якоби, нельзя считать устойчивыми по Ляпунову. Стало быть, будут неустойчивы и решения $q = \frac{f(t)}{t}$.

Решение $f \equiv 0$ уравнения (1.11) устойчиво по Ляпунову, т.е. будет устойчиво и решение $q \equiv 0$ уравнения (1.9).

Таким образом, в данном случае в рассматриваемой космологической модели реализуется вакуумное состояние с $q \equiv 0$, т.е. $<0|T^0{}_0|0>=0$ и эффекта спонтанного нарушения калибровочной симметрии в случае этой модели нет.

2. Исследование модели типа Гёделя

Рассмотрим в этом параграфе эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии в нестационарной модели типа Гёделя. В [4] мы построили нестационарную, вращающуюся, причинную космологическую модель типа Гёделя с метрикой

$$ds^2 = dt^2 - c^2t^2(dx^2 + \lambda e^{2mx}dy^2 + dz^2) - \\ -2cte^{mx}\,\mathrm{dydt} \qquad (2.1)$$

где $c>0$, $\lambda>0$, $m>0$ – постоянные, (здесь с – не скорость света). Источниками этой модели являются: безмассовое комплексное скалярное поле, анизотропная жидкость с распределенным зарядом скалярного поля, поле излучения, учитывается также поток тепла.

В данном параграфе предполагается, что эволюция нашей модели с метрикой (2.1) начинается с момента $t = t_{pl}$.

Скорость вращения модели

$$\omega = \frac{m}{2c(1+\lambda)^{1/2}t}. \qquad (2.2)$$

Рассмотрим самодействующее комплексное (заряженное) скалярное поле $\varphi(t)$ в искривленном пространстве с метрикой (2.1), удовлетворяющее уравнению

$$g^{ik}\nabla_i\nabla_k\phi + M^2\phi - \frac{1}{6}\tilde{R}\phi + \frac{\Lambda}{3}\phi^*\phi^2 = 0, \quad (\Lambda > 0), \tag{2.3}$$

которое получается из плотности лагранжиана

$$L = \sqrt{-g}[g^{ik}\partial_i\phi^*\partial_k\phi - M^2\phi^*\phi + \\ + \frac{\tilde{R}}{6}\phi^*\phi - \frac{\Lambda}{6}(\phi^*\phi)^2], \tag{2.4}$$

инвариантной относительно калибровочных преобразований вида

$$\varphi \to \varphi\exp(i\alpha), \quad \varphi^* \to \varphi^*\exp(-i\alpha).$$

Обозначим |0> гейзенберговское вакуумное состояние в космологической модели с метрикой (2.1), определенное при $t=t_{pl}$. Из пространственной однородности (2.1) вытекает, что если вакуумное среднее φ отлично от нуля, то оно может зависеть только от t:

$$<0|\phi(t,x,y,z)|0>= g(t). \tag{2.5}$$

Вследствие С – инвариантности состояния |0> величина g – вещественна. Отличие g от нуля означает спонтанное нарушение калибровочной симметрии.

Скалярная кривизна $\tilde{R}$ для метрики (2.1) есть

$$\tilde{R} = \left[-\frac{6\lambda}{1+\lambda} + \frac{2m^2(\lambda+3/4)}{(1+\lambda)c^2}\right]\cdot\frac{1}{t^2}. \tag{2.6}$$

Обозначим

$$R_0 = \left[-\frac{6\lambda}{1+\lambda} + \frac{2m^2(\lambda+3/4)}{(1+\lambda)c^2}\right] \tag{2.7}$$

Усреднения (2.3) по состоянию |0>, полагая в древесном приближении

$$<0|\phi^*\phi^2|0> \approx \\ \approx <0|\phi^*|0><0|\phi|0>^2 = g^3 \tag{2.8}$$

получим

$$\frac{\lambda}{1+\lambda}\ddot{g} + \frac{3\lambda}{1+\lambda}\cdot\frac{\dot{g}}{t} - \frac{1}{6}\cdot\frac{R_0}{t^2}g + \\ + M^2 g + \frac{\Lambda}{3}g^3 = 0, \tag{2.9}$$

где $\dot{g} = \dfrac{dg}{dt}$. Положим далее, что M=0.

Сделаем в (2.9) замену $g = \dfrac{f(t)}{t}$, тогда получим

$$\frac{\lambda t^2}{1+\lambda}\ddot{f} + \frac{\lambda t}{1+\lambda}\dot{f} - \left(\frac{R_0}{6} + \frac{\lambda}{1+\lambda}\right)f + \\ + \frac{\lambda}{3}f^3 = 0 \tag{2.10}$$

После замены переменного ($\tau = \ln t$) в (2.10), получим

$$f'' - \alpha f + \beta f^3 = 0, \tag{2.11}$$

где $f' = \dfrac{df}{d\tau}$, $\alpha = \dfrac{m^2(\lambda+3/4)}{3\lambda c^2}$,

$$\beta = \frac{\Lambda(1+\lambda)}{3\lambda}.$$

У нас $\alpha > 0, \quad \beta > 0$.

Уравнение Дюффинга (2.11) имеет два устойчивых решения $f_{1,2} = \pm\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{1/2}$ и неустойчивое $f_3 = 0$.

В качестве начальных условий для решения (2.11) возьмем

$$f(t_{pl}) = \pm\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{1/2}, \; f'(t_{pl}) = 0. \tag{2.12}$$

Уравнение (2.11) имеет тогда ненулевое решение, соответствующее перестройке вакуума в состояние с нарушенной калибровочной симметрией.

Обсудим теперь вопрос о предпочтительности вакуумного состояния |0> с энергетической точки зрении. Усредняя метрический тензор энергии – импульса безмассового, самодействующего поля $\varphi(t)$ по состоянию |0>, получим вакуумную плотность энергии (в случае нарушенной симметрии)

$$\varepsilon = <0|T_0^0|0> = \frac{m^4\left(\lambda+\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}-\lambda\right)}{6c^4(1+\lambda)^2\Lambda t^4}. \tag{2.13}$$

Таким образом, при $\lambda > \dfrac{1}{4}$ для безмассового поля вакуумное состояние со спонтанно нарушенной калибровочной симметрией обладает отрицательной энергией и является предпочтительным (по сравнению с обладающим нулевой энергией симметричным состоянием).

При наличии массивного поля (M≠0) из (2.9) аналогично предыдущему можно получить

$$\frac{\lambda t^2}{1+\lambda}\ddot{f}+\frac{\lambda t\dot{f}}{1+\lambda}+\left(M^2t^2-\frac{R_0}{6}-\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)f+ \\ +\frac{\Lambda}{3}f^3=0 .$$

В отличие от безмассового поля в случае массивного следует ожидать с ростом времени восстановление симметрии.

Отметим, что для метрики (2.1) эффект спонтанного нарушения калибровочной симметрии не удается применить для построения новых космологических решений с вращением.

Список литературы

1. *Гриб А.А., Мамаев С.Г., Мостепаненко В.М.* Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях. М.: Атомиздат, 1980. С. 463–468.
2. *Панов В.Ф.* Спонтанное нарушение симметрии в космологических моделях с вращением // ТМФ. 1988. Т. 74, № 3. С. 463–468.
3. *Kuvshinova E.V., Sandakova O.V.* The effect of spontaneous breaking of gauge symmetry in cosmology with rotation // Russian Physics Journal. 2004. T. 47, № 1. P. 15–24.
4. *Панов В.Ф.* Космологические модели с расширением и вращением // Известия вузов. Физика. Томск, 1987. 13 с. Деп. В ВИНИТИ 12.11.87, № 8000 – В87.

Spontaneous breaking of symmetry in cosmology with rotation

V. F. Panov, E. V. Kuvshinova

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia

kuvlenka@narod.ru; 8 (342) 239-65-60

The effects of spontaneous breaking of gauge symmetry in cosmology, in particular in cosmological models with rotation, have been studied in several papers ([1, 3], etc.). In this paper, we investigate spontaneous breaking of gauge symmetry in the Bianchi type I cosmological model and the Gödel type model.

Keywords: *spontaneous symmetry breaking; cosmological models.*