

УДК 531.01+004.94

Математическое моделирование разворачивания солнечной батареи с использованием уравнений движения в гамильтоновых переменных

В. Н. Иванов

Пермский государственный национальный исследовательский университет

Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15

pescol@psu.ru; 8 (342) 2-396-560

Рассматривается задача математического моделирования процесса раскрытия солнечной батареи космического аппарата. В качестве расчетной схемы выбрана система связанных абсолютно твердых тел с замкнутыми кинематическими цепями. Представлена новая форма уравнений движения, в которой в качестве переменных, однозначно определяющих положение и распределение скоростей тел системы в пространстве, используются гамильтоновы переменные: обобщенные координаты и обобщенные импульсы. Цель настоящего исследования: на примере одной из конструкций солнечной батареи описать все этапы применения этих уравнений в процессе компьютерного моделирования динамики механических систем с замкнутыми кинематическими цепями.

Ключевые слова: система абсолютно твердых тел; уравнения движения; динамика; математическое моделирование; солнечная батарея; кинематические связи.

DOI: 10.17072/1993-0550-2018-3-31-38

Введение

Рассматривается задача математического моделирования процесса раскрытия солнечной батареи (СБ) космического аппарата (КА). Очевидно, что без успешного завершения операции по раскрытию СБ в реальных условиях космического полета невозможно дальнейшее функционирование КА. Поэтому всесторонняя проработка всех этапов этого процесса и определение параметров конструкции, позволяющих успешно выполнить операцию разворачивания СБ в различных штатных и нештатных ситуациях космического полета, является важной частью опытно-конструкторских работ при проектировании СБ.

Физическая стендовая имитация процесса раскрытия СБ в заводских условиях требует привлечения сложного и дорогостоящего экспериментального оборудования и создания полноразмерных опытных образцов СБ. Компьютерное моделирование на всех стадиях

разработки позволяет существенно снизить объем экспериментальных работ и, соответственно, уменьшить затраты на их организацию и проведение.

Различным подходам к решению поставленной задачи посвящено большое количество работ, некоторые из которых приведены в списке литературы [1–6].

В настоящей работе в качестве расчетной схемы математической модели выбрана система связанных абсолютно твердых тел (СТТ) с замкнутыми кинематическими цепями. Представлена новая форма уравнений движения СТТ, в которой в качестве переменных, однозначно определяющих положение и распределение скоростей тел системы в пространстве, используются гамильтоновы переменные: обобщенные координаты и обобщенные импульсы (импульсы Пуассона). Цель настоящего исследования: на примере одной из конструкций СБ описать все этапы применения этих уравнений в процессе компьютерного моделирования динамики механических систем с замкнутыми кинематическими цепями.

1. Описание механической системы

Для начала рассмотрим систему связанных абсолютно твердых тел со структурой дерева. Будем предполагать, что кинематические связи, реализуемые в шарнирах, голономны и идеальны.

Пусть N – число тел и шарниров в системе (не считая тела «0», движение которого во времени относительно инерциальной системы координат (СК) задано).

Пронумеруем тела и шарниры таким образом, чтобы для любого тела или шарнира в графе системы номер предшествующего ему тела или шарнира был меньше. В этом случае для полного описания структуры взаимосвязей в такой системе достаточно одного целочисленного массива $k = \{k_1, \dots, k_N\}$, на i -м месте которого расположен индекс тела или шарнира, предшествующего i -му. С каждым телом системы свяжем следующие множества: P_i – упорядоченное множество индексов шарниров, составляющих путь между нулевым и i -м телами; U_i – множество индексов шарниров, для которых i -е тело является предшествующим.

Введем следующие обозначения: ρ_i – матрица-столбец координат точки O_i начала СК, связанной с i -м телом, в k_i -й СК; r_i – матрица-столбец координат точки O_i в инерциальной СК; G_j^i – матрица направляющих косинусов между базисными векторами j -й и i -й систем координат (матрица преобразования координат из j -й СК в i -ю).

Введем матрицы-столбцы обобщенных координат $q_i = (q_i^1, \dots, q_i^{n_i})^T$, параметризующих уравнения связей каждого i -го шарнира, n_i – число обобщенных координат. Матрицы ρ_i и $G_i = G_k^i$ являются функциями обобщенных координат:

$$S^T v = A\dot{q} + v^*, \quad (3)$$

где $A = \text{diag}(A_1, \dots, A_N)$, $q = (q_1, \dots, q_N)^T$, $v = (v_1, \dots, v_N)^T$.

$$\rho_i = \rho_i(q_i, t), \quad G_i = G_i(q_i, t).$$

Введенные матрицы связаны между собой рекуррентными формулами:

$$r_i = r_{k_i} + G_0^{i^T} \rho_i, \quad G_0^i = G_i G_0^{k_i}.$$

Принимая движение i -го тела за относительное, а предшествующего ему k_i -го тела

за переносное, в соответствии с правилом сложения скоростей можно записать рекуррентные формулы для вычисления проекций линейной v_i и угловой ω_i скоростей тел механической системы на оси i -й СК [7]:

$$v_i = C_i v_{k_i} + A_i \dot{q}_i + v_i^* \quad (1)$$

где $v_i = \begin{pmatrix} v_i \\ \omega_i \end{pmatrix}$, $v_i^* = \begin{pmatrix} v_i^* \\ \omega_i^* \end{pmatrix}$, $A_i = \begin{pmatrix} a_{i1}^v & \dots & a_{in_i}^v \\ a_{i1}^\omega & \dots & a_{in_i}^\omega \end{pmatrix}$,

$$a_{ij}^v = G_i \frac{\partial \rho_i}{\partial q_i^j}, \quad v_i^* = G_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t}, \quad \tilde{a}_{ij}^\omega = G_i \frac{\partial G_i^T}{\partial q_i^j},$$

$$\tilde{\omega}_i^* = G_i \frac{\partial G_i^T}{\partial t}, \quad j = \overline{1, n_i}, \quad C_i = \begin{pmatrix} G_i & -G_i \tilde{\rho}_i \\ 0 & G_i \end{pmatrix}.$$

Здесь и далее символ «~» используется для обозначения кососимметричной матрицы (это соответствует матричной записи векторного произведения [7]).

Введем блочную $6N \times 6N$ -матрицу S с квадратными подматрицами порядка 6 по следующей формуле:

$$S_{ij} = \begin{cases} E_6, & j = i, \\ -C_i, & j = k_i, \quad i, j = \overline{1, N}, \\ 0_{6 \times 6}, & j \neq i \vee k_i, \end{cases} \quad (2)$$

Заметим, что для любой кинематической структуры эта матрица содержит в каждой строке только два ненулевых блока E_6 и $-C_i$. Поскольку матрица S содержит информацию как о топологической структуре системы, так и об относительном положении тел в системе, ее называют матрицей кинематической структуры. С использованием матрицы S уравнения кинематики системы тел (1) можно записать следующим образом:

$$S^T v = A\dot{q} + v^*, \quad (3)$$

где $A = \text{diag}(A_1, \dots, A_N)$, $q = (q_1, \dots, q_N)^T$,

$$v = (v_1, \dots, v_N)^T.$$

Рекуррентные формулы (3) можно записать в виде явных выражений

$$v = T(A\dot{q} + v^*), \quad (4)$$

где обратная к S матрица $T = S^{-1}$ является блочной $6N \times 6N$ -матрицей, подматрицы которой могут быть вычислены по рекуррентным формулам:

$$T_{ij} = \begin{cases} E_6, & j = i, \\ C_i T_{k_i, j}, & j \in P_i, \quad i, j = \overline{1, N}, \\ 0_{6 \times 6}, & j \notin P_i, \end{cases} \quad (5)$$

2. Уравнения движения СТТ со структурой дерева в гамильтоновых переменных

Пусть m_i – масса i -го тела; J_i – тензор инерции i -го тела; r_i^c – матрица-столбец проекций радиуса-вектора центра масс i -го тела на оси связанной с ним СК; f_i^o , m_i^o – проекции главного вектора и главного момента активных сил, действующих на i -е тело в i -й СК; Q – матрица-столбец обобщенных сил.

Для математического моделирования раскрытия СБ используем расширенную форму уравнения движения СТТ со структурой дерева в гамильтоновых переменных [8]:

$$\begin{cases} Mv - S^T \mu = 0, \\ -S^T v + A\dot{q} = -v^*, \\ A^T \mu = p, \end{cases} \quad (6)$$

$$\dot{p} = (\dot{A}^T - A^T \Omega) \mu + Q. \quad (7)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$M = \text{diag}(M_1, \dots, M_N), \quad \Omega = \text{diag}(\Omega_1, \dots, \Omega_N),$$

$$Q = A^T T^T F, \quad F = (F_1, \dots, F_N)^T, \quad F_i = (f_i^o, m_i^o)^T,$$

$$M_i = \begin{pmatrix} m_i E & -m_i \tilde{r}_i^c \\ m_i \tilde{r}_i^c & J_i \end{pmatrix}, \quad \Omega_i = \begin{pmatrix} \tilde{\omega}_i & 0 \\ \tilde{v}_i & \tilde{\omega}_i \end{pmatrix}.$$

Особенность уравнений (6), (7) состоит в том, что они разрешены относительно производных обобщенных импульсов \dot{p} (импульсов Пуассона). Первые три уравнения (6) образуют линейную систему с симметричной, блочной трехдиагональной разреженной матрицей коэффициентов относительно скоростей v , \dot{q} и переменных μ , которые являются множителями Лагранжа. Полный вывод уравнений движения в форме (6), (7) можно найти в работе [8].

3. Уравнения движения СТТ с замкнутыми цепями в гамильтоновых переменных

Структуру механической системы можно представить в виде графа, вершины которого есть тела системы, а ребра – шарниры. Этот граф назовем первичным графом. Первичный граф всегда можно превратить в граф со структурой дерева (вторичный граф) путем размыкания замкнутых контуров. Размыкание проведем с помощью раздвоения в каждом замкнутом контуре одной из вершин первич-

ного графа. При этом одну и ту же вершину можно раздваивать произвольное число раз.

При раздвоении все образы одной вершины остаются не связанными непосредственно между собой и принадлежат к различным ветвям приведенной системы (вторичного графа). В приведенной системе существует соответствие между образом и прообразом раздвоенной вершины. Соединим пунктирными ребрами все такие пары вершин вторичного графа.

Массово-инерционные характеристики раздвоенных вершин первичного графа и действующие на них внешние силы необходимо произвольным образом распределить между дополнительными вершинами вторичного графа.

Пронумеруем тела и шарниры вторичного графа в соответствии с введенной выше правильной нумерацией вершин СТТ со структурой дерева. Пусть теперь N – число вершин вторичного графа и массивы k_i , P_i , U_i характеризуют структуру вторичного графа.

Ведем матрицу $\varepsilon = (\varepsilon_{ij})$, число строк которой соответствует числу дополнительных замкнутых циклов, а число столбцов совпадает с числом вершин (тел) во вторичном графе системы. Пусть $\varepsilon_{ij} = 1$, если j – номер вершины в первичном графе системы, принадлежащей i -му замкнутому циклу, $\varepsilon_{ij} = -1$, если j – номер вершины во вторичном графе системы, являющейся образом соответствующей вершины первичного графа и принадлежащей i -му замкнутому циклу, $\varepsilon_{ij} = 0$ во всех других случаях.

Будем считать, что СК, связанные с образами и прообразами раздвоенных вершин, расположены в телах одинаково. Тогда абсолютные координаты и скорости всех точек прообразов и образов раздвоенных вершин, спроектированные на связанные СК, должны совпадать. Это означает, что условия замкнутости кинематических цепей накладывают на движения вершин вторичного графа следующие кинематические и геометрические связи (ограничения):

$$\varepsilon v = \varepsilon T (A\dot{q} + v^*) = 0, \quad (8)$$

$$\varepsilon \pi = \varepsilon \int_0^t v d\tau = 0, \quad (9)$$

где $\pi = \int_0^t v d\tau$ – квазикоординаты.

Ограничения (8), (9) очевидно являются зависимыми, поэтому при выводе уравнений движения будем учитывать только связи (9) на квазикоординаты. Модификацию уравнений движения (6), (7) можно выполнить, используя принцип Гамильтона–Остроградского [7]. При этом геометрические связи (9) учтем с помощью множителей Лагранжа η . Опуская выкладки, выпишем систему дифференциально-алгебраических уравнений в гамильтоновых переменных, которые вместе с уравнениями связей (8), описывают динамику СТТ с замкнутыми кинематическими цепями:

$$\begin{cases} Mv - S^T \mu = 0, \\ -S^T v + A\dot{q} = -v^*, \\ A^T \mu = p, \end{cases} \quad (10)$$

$$\dot{p} = (\dot{A}^T - A^T \Omega) \mu + A^T T^T (F + \varepsilon^T \eta). \quad (11)$$

Для определения множителей η будем использовать метод модифицированных функций Лагранжа [9, 10]. В этом случае уравнение (11) преобразуется к виду:

$$\dot{p} = (\dot{A}^T - A^T \Omega) \mu + A^T T^T F - A^T T^T \varepsilon^T (C(\varepsilon \pi + u) + D\varepsilon v), \quad (12)$$

где C, D – положительные диагональные матрицы коэффициентов жесткости и демпфирования колебаний невязок связей $\varepsilon \pi$ вокруг тривиального решения, u – вектор модифицированных множителей Лагранжа, компоненты которого можно рассматривать как управляющие параметры ПИД-регулятора. При этом множители η и u связаны соотношением $\eta = -Cu$. Тогда вместо второго из уравнений (11) для замыкания уравнения (12) можно использовать линейные дифференциальные формулы для пересчета управлений u ПИД-регулятора:

$$\dot{u} = k_{\pi} \varepsilon \pi + k_v \varepsilon v, \quad (13)$$

где k_{π}, k_v – коэффициенты усиления обратной связи по нарушению ограничений (8) и (9).

Уравнения (10), (12) и (13) образуют замкнутую систему дифференциально-алгебраических уравнений динамики СТТ с замкнутыми цепями в гамильтоновых переменных.

Выбор параметров ПИД-регулятора. Настройка управляющих слагаемых в уравнениях (12), (13) заключается в подборе четырех

векторных параметров k_{π}, k_v, C и D . Применим следующий подход.

Пусть на механическую систему накладывается только одна дополнительная связь (9). Если из системы уравнений (12), (13) исключить компоненты вектора состояний механической системы, удалить внешнее силовое воздействие, а затем линеаризовать эту систему и продифференцировать, то получим линейное однородное ДУ, описывающее собственные колебания модифицированного множителя Лагранжа u :

$$\ddot{u} + \varepsilon T A \tilde{M}^{-1} A^T T^T \varepsilon^T (D\ddot{u} + C(1 + k_v)\dot{u} + Ck_{\pi}u) = 0, \quad (14)$$

где $\tilde{M} = A^T T^T M T A$.

Потребуем, чтобы характеристическое уравнение для ДУ (14) имело вид:

$$(k + \beta_0)[k + (\beta_1 + iv)][k + (\beta_1 - iv)] = 0, \quad (15)$$

где β_0, β_1 – коэффициенты демпфирования, v – круговая частота регулятора.

Предположим, что $v^2 > v_{\max}^2 - \beta_1^2$, $\beta_0 = p_0 v_{\max}$, $\beta_1 = p_1 v_{\max}$, $p_{0,1} = O(1)$, т. е. время переходного процесса в системе управления должно быть меньше, чем период высшей частоты колебаний механической системы. Сопоставляя характеристическое уравнение для ДУ (14) и уравнение (15), получаем следующие параметры ПИД-регулятора:

$$\begin{aligned} (\varepsilon T A \tilde{M}^{-1} (\varepsilon T A)^T) D &= (p_0 + 2p_1) v_{\max}, \\ (\varepsilon T A \tilde{M}^{-1} (\varepsilon T A)^T) C &= v_{\max}^2, \\ k_{\pi} &= p_0 v_{\max}, \quad k_v = 2p_0 p_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Равенства (16) задают коэффициенты усиления обратной связи, демпфирующие и упругие параметры ПИД-регулятора (13).

С практической точки зрения преимущество системы уравнений (10), (12), (13) заключается в том, что она имеет ту же структуру, что и исходная система (6), (7) без дополнительных связей. Это означает, что для ее разрешения относительно ускорений можно использовать те же методы, что и для исходной системы уравнений (6), (7).

В работах [11, 12] получены алгоритмы метода прогонки и Холецкого разрешения системы уравнений (6), (7) относительно

старших производных. В настоящей статье для разрешения системы уравнений (10), (12), (13) используется метод прогонки.

Уравнения построены таким образом, что при возникновении отклонений $\varepsilon\pi$ изменятся в первую очередь ненапряженная длина дополнительного упруго-демпфирующего элемента $C(\varepsilon\pi + u) + D\varepsilon v$ так, чтобы создаваемая этим элементом дополнительная сила обеспечивала скольжение механической системы по дополнительной связи $\varepsilon\pi$.

4. Решение уравнений движения СТТ методом прогонки

Метод прогонки по существу является модификацией метода Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений с ленточной структурой. В данном методе при прямом ходе, который выполняется начиная с последнего тела системы, из группы уравнений (6) исключаются множители Лагранжа μ . При обратном ходе по явным формулам вычисляются последовательно для каждого тела системы обобщенные скорости \dot{q} , декартовы скорости v и множители Лагранжа μ .

Вывод рекуррентных формул метода прогонки подробно изложен в статьях [11, 12]. Здесь же приведем только результирующий алгоритм метода.

Алгоритм метода прогонки

for $i = N : 1$

$$M_i^* = M_i + \sum_{j \in U_i} C_j^T H_j M_j^* C_j$$

$$D_i = (A_i^T M_i^* A_i)^{-1}$$

$$H_i = E - M_i^* A_i D_i A_i^T$$

$$\varphi_i^* = \sum_{j \in U_i} C_j^T \left[M_j^* A_j D_j p_j + H_j (M_j^* v_j^* + \varphi_j^*) \right]$$

end

for $i = 1 : N$

$$\dot{q}_i = D_i \left[p_i - A_i^T \left(\varphi_i^* + M_i^* \left(C_i v_{k_i}^* + v_i^* \right) \right) \right]$$

$$\dot{\pi}_i = v_i$$

$$v_i = C_i v_{k_i}^* + A_i \dot{q}_i + v_i^*$$

$$\mu_i = M_i^* v_i + \varphi_i^*$$

end

$$\dot{u} = k_\pi \varepsilon\pi + k_v \varepsilon v$$

for $i = N : 1$

$$F_i^* = F_i + \sum_j \varepsilon_{ji} \left(C_j \left(\sum_k \varepsilon_{jk} \pi_k + u_j \right) + D_j \sum_k \varepsilon_{jk} v_k \right) + \sum_{j \in U_i} C_j^T F_j^*$$

$$\dot{p}_i = (\dot{A}_i^T - A_i^T \Omega_i) \mu_i + A_i^T F_i^*$$

end

Трудоемкость решения с помощью данного алгоритма растет по линейному закону в зависимости от числа тел в механической системе. При реализации этого алгоритма требуется обращение только симметричных положительно определенных матриц $A_i^T M_i^* A_i$, порядок которых равен числу степеней свободы в i -м шарнире, причем эти матрицы симметричны и положительно определены, а их порядок всегда мал (не превышает шести). Именно этим и обусловлена эффективность этого метода.

5. Моделирование раскрытия СБ

Описанную выше методику применим для математического моделирования процесса раскрытия одной из конструкций солнечной батареи (СБ), в конфигурации которой есть замкнутые цепи. Пусть СБ состоит из двух подобных цепочек солнечных панелей, соединенных в виде параллелограммного механизма (пантографа). Каждая цепочка есть многозвенный физический маятник, звенья которого соединены одностепенными вращательными шарнирами.

На рис. 1 показаны фазы во времени раскрытия СБ.

Расчетная схема СБ с тремя замкнутыми контурами, размещенная на КА, представлена на рис. 2.

СБ содержит шесть однотипных солнечных панелей, соединенных с КА двумя рамами. В соответствии с методикой, проведем размыкание замкнутых контуров раздвоением подходящих вершин первичного графа.

На рис. 3 представлена схема СБ со структурой дерева, полученная после раздвоения трех панелей первой цепочки СБ.

Соответствующие расчетным схемам первичный и вторичный графы с замкнутыми цепями и со структурой дерева представлены на рис. 4 и 5.

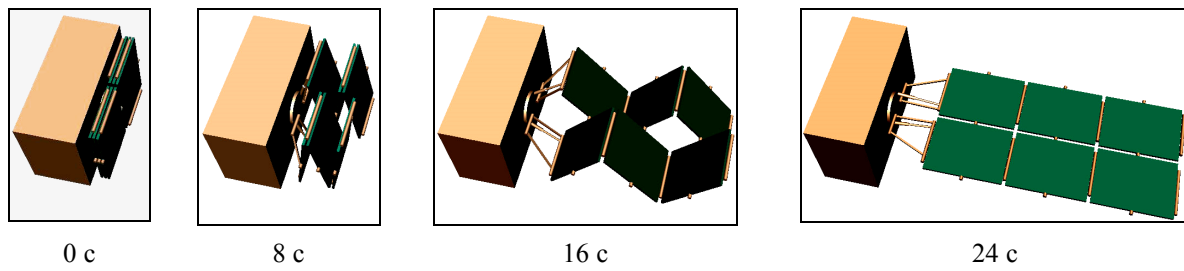


Рис. 1. Фазы во времени раскрытия СБ с конфигурацией в виде пантографа

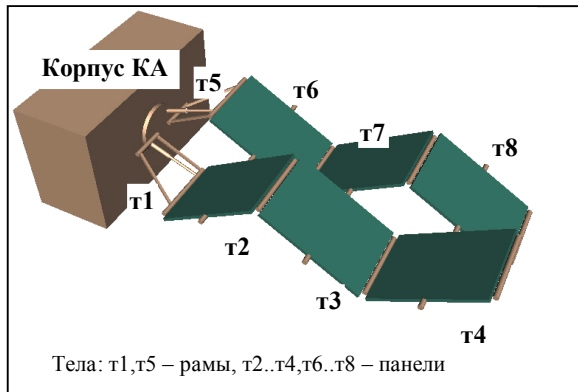


Рис. 2. Схема СБ с конфигурацией пантографа

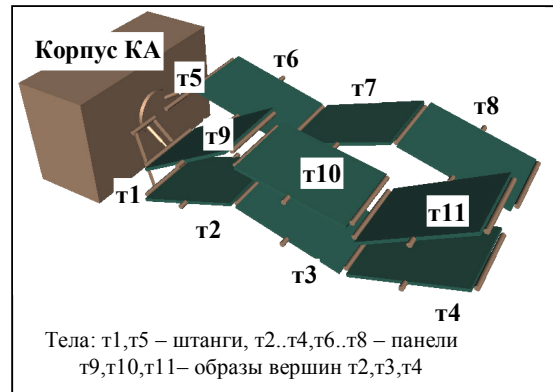


Рис. 3. Схема модели СБ с раздвоением вершин

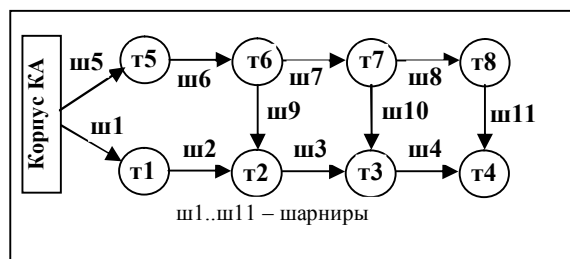


Рис. 4. Первичный граф СБ с замкнутыми цепями

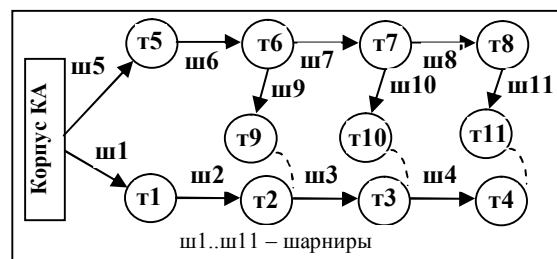


Рис. 5. Вторичный граф СБ со структурой дерева

Масс-инерционные характеристики вершин первичного графа разделим поровну между образами и прообразами раздвоенных вершин вторичного графа.

Исходная механическая система имеет одну степень свободы. После размыкания замкнутых контуров система уже имеет 11 степеней свободы. В качестве обобщенных координат выберем относительные углы между последовательными звеньями СБ.

Подготовим элементы уравнений движения. Структура вторичного графа системы задается вектором

$$k = (0, 1, 2, 3, 0, 5, 6, 7, 6, 7, 8).$$

Системы координат (СК), связанные с панелями, выберем в их центрах симметрии. В каждой СК ось Oz направлена перпендику-

лярно плоскости соответствующей панели, а ось Ox параллельна оси вращения в шарнирном соединении.

Пусть r_i^k, r_i^i – радиус-векторы i -го шарнира в k -й и i -й СК соответственно, q_i – относительные углы разворачивания тел СБ (обобщенные координаты). Тогда матрицы направляющих косинусов между базисными векторами СК и радиус-векторы центров СК в предыдущих СК имеют вид ($i = 1, \dots, 11$):

$$G_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_i & \sin q_i \\ 0 & -\sin q_i & \cos q_i \end{pmatrix}, \rho_i = r_i^k - G_i^T r_i^i.$$

Элементы матриц A_i и C_i вычисляются по формулам (1).

Матрица структуры дополнительных связей тел вторичного графа системы, вызванных замкнутыми циклами, имеет вид:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

В исходном положении панели СБ компактно сложены и зафиксированы на корпусе КА (рис.1). Начальные условия на обобщенные координаты в начальный момент интегрирования задаются вектором

$$q(0) = \left(-\frac{\pi}{2}, \pi, -\pi, \pi, \frac{\pi}{2}, -\pi, \pi, -\pi, \pi, -\pi, \pi \right).$$

При раскрытии батареи происходит перевод батареи в конечное (раскрытое) рабочее положение $q(t) = 0$ и фиксация батареи в нем.

Пружины кручения, расположенные в шарнирах и отвечающие за распахивание звеньев СБ, моделируются линейными упруго-демпфирующими элементами. В силовой характеристике каждого упругого элемента учитывается предварительный угол закрутки пружины кручения.

Когда угол раскрытия смежных звеньев в i -м шарнире достигает конечного значения $q_i(t) = 0$, происходит фиксация соответ-

ствующего звена на упоры. Фиксация звеньев также моделируется упруго-диссипативными моментными силовыми элементами с большими значениями коэффициентов жесткости и демпфирования, чем в рабочих пружинах кручения шарниров.

В результате численных расчетов в среде САВ Mathematica были получены графики изменения во времени обобщенных координат, скоростей всех звеньев СБ и невязок в дополнительных связях.

На рис. 6, 7 приведены графики обобщенных координат и скоростей первых четырех звеньев СБ, входящих в первую цепочку. Результаты для второй цепочки панелей СБ идентичны. На рис. 8 в логарифмическом масштабе представлены зависимости длин невязок дополнительных связей $|g(t)| = |\varepsilon\pi(t)|$, обеспечивающих замыкание параллелограммного механизма СБ и вызванных действием управляющих воздействий ПИД-регуляторов. Графики на рис. 8 характеризуют достигнувшую точность численного моделирования.

Отметим, что на всех рисунках можно выделить характерные области. Например, участок постепенного изменения координат и скоростей вследствие работы пружин кручения и участок ударного срабатывания механизмов фиксации панелей и последующих затухающих колебаний элементов конструкции СБ.

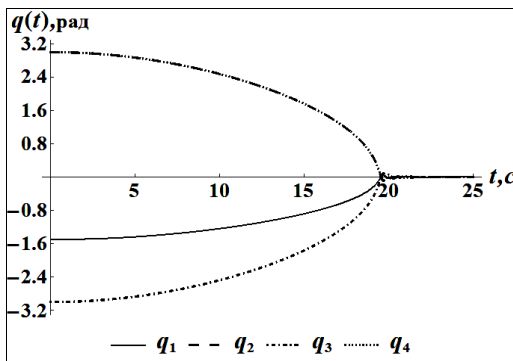


Рис. 6. Угловые координаты в шарнирах

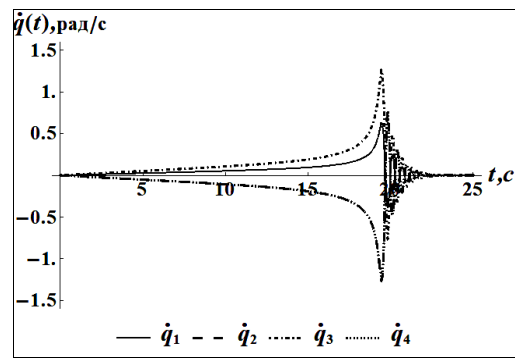


Рис. 7. Угловые скорости в шарнирах

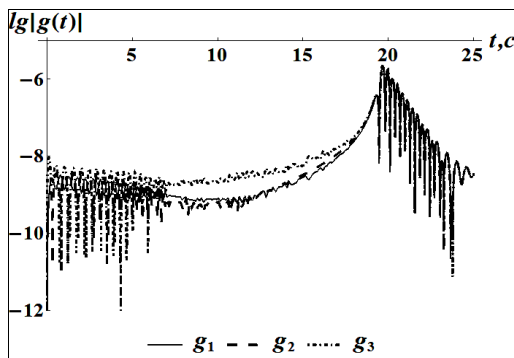


Рис. 8. Порядки невязок связей

Заключение

В статье описаны методы формирования математических моделей систем твердых тел с замкнутыми кинематическими цепями с использованием уравнений движения в гамильтоновых переменных. Представлены алгоритмы численного моделирования подобных механических систем. Приведены все этапы компьютерного моделирования процесса раскрытия солнечной батареи, в конфигурации которой содержатся замкнутые цепи с использованием описанной методики.

Список литературы

1. Бушуев А.Ю., Фарафонов Б.А. Математическое моделирование процесса раскрытия солнечной батареи большой площади // Математическое моделирование и численные методы. 2014. № 2 (2). С. 101–114.
2. Борзых С.В., Ильясова И.Р., Щиблев Ю.Н. Динамика раскрытия крупногабаритных солнечных батарей // Космонавтика и ракетостроение. 2012. № 4 (69). С. 89–99.
3. Еремин Л.И., Пугач И.Ю., Минчакова Е.П. Уточнение математической модели процесса раскрытия батареи фотоэлектрической с учетом влияния податливости шарнирного узла и нелинейности его жесткостных характеристик // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2017. Т. 158, № 3. С. 3–6.
4. Крылов А.В., Чурилин С.А. Моделирование раскрытия солнечных батарей различных конфигураций // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2011. № 1. С. 106–112.
5. Зимин В.Н., Крылов А.В., Мешковский В.Е., Сдобников А.Н., Файзуллин Ф.Р., Чурилин С.А. Особенности расчета раскрытия крупногабаритных трансформируемых конструкций различных конфигураций // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 10. С. 179–191.
6. Ручкин Л.В., Ручкина Н.Л. Моделирование трансформируемых механических систем // Сибирский журнал науки и технологий. 2017. Т. 18, № 4. С. 820–824.
7. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Гос. изд-во физ-мат. лит., 1961. 824 с.
8. Иванов В.Н., Полосков И.Е., Шимановский В.А. Математические модели систем связанных твердых тел в импульсах Пуассона // Фундаментальные исследования. 2016. № 10–3. С. 493–499.
9. Иванов В.Н. Применение метода модифицированных функций Лагранжа для учета дополнительных связей в механических системах // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2013. Вып. 4 (23). С. 19–28.
10. Иванов В.Н., Полосков И.Е. Метод модифицированных функций Лагранжа в задаче моделирования механических систем с дополнительными связями // Современные наукоемкие технологии. 2016. № 10–1. С. 67–73.
11. Иванов В.Н., Шимановский В.А. Численные методы формирования и решения уравнений движения в импульсах Пуассона систем твердых тел со структурой дерева // Современные наукоемкие технологии. 2017. № 10. С. 13–18.
12. Иванов В.Н. Алгоритмы решения уравнений движения в импульсах Пуассона систем твердых тел со структурой дерева // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2017. Вып.4(39). С. 25–31.

Modeling the deployment of a solar battery using the equations of motion in Hamiltonian variables

V. N. Ivanov

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia
precol@psu.ru; 8(342) 239-65-60

The problem of mathematical modeling of the process of deployment of a solar battery of a spacecraft is considered. As a design scheme, a multibody system, in the structure of which there are closed kinematic cycles, was chosen. A new form of the equations of motion is presented, in which the Hamiltonian variables are used as variables that uniquely determine the position and velocity distribution of the bodies in space: generalized coordinates and generalized impulses. The purpose of this study is to illustrate, by the example of a solar battery, all the stages of applying these equations in the process of computer simulation of the dynamics of mechanical systems with closed kinematic cycles.

Keywords: *multibody system; equations of motion; dynamic; math modeling; solar battery; kinematic constraints.*