МЕХАНИКА
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 539.3

Некоторые баллистические свойства многослойных преград при высокоскоростном ударе цилиндра

А. Дубинский
Израиль; dubin@bgu.ac.il

На основе приближенных моделей, описывающих высокоскоростное взаимодействие цилиндрического ударника с многослойной металлической преградой, проведено сопоставление баллистических свойств монолитной и многослойных мишеней той же суммарной толщины, а также исследовано влияние порядка слоев и их количества на защитные характеристики барьеров. Установлен ряд наглядных закономерностей, которые могут быть использованы при проектировании преград.

Ключевые слова: *многослойная мишень; защитный барьер; проникание; пробивание; ударник.*

DOI: 10.17072/1993-0550-2018-3-26-30

Введение

Наличие обзоров [1–2] освобождает нас от необходимости предварять основной текст анализом публикаций по теме статьи. Перечислим лишь организации, в которых ведутся интенсивные теоретические исследования в этой области с указанием характерных публикаций: это Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Россия [3–5], Пермский университет [6–9] и Университет имени Д. Бен-Гуриона, Израиль [10–11]. В настоящей работе на основе простых моделей проникания аналитическим путем установлены некоторые наглядные оптимальные свойства многослойных барьеров.

1. Математическая модель

Рассмотрим проникание цилиндрического ударника в многослойную преграду, состоящую из N металлических пластин разной толщины, изготовленных из разных, в общем случае, материалов, и воспользуемся для описания этого процесса моделью [12], основанной на принципах сохранения энергии и импульса и простой схеме взаимодействия ударника с преградой. Первоначально такая модель была предложена [13] применительно к остроносым ударникам, проникающим в монолитные мишени.

В соответствии с этой схемой ударник проникает через первый слой (пластину), выбивая "пробку", и продолжает двигаться вместе с ней. Затем конструкция, состоящая из ударника и выбитой "пробки" (далее – "составной ударник"), пробивает второй слой, соединяется с "пробкой", выбитой из второго слоя, и двигается дальше, и т.д. Предполагается, что перфорация слоев осуществляется последовательно, независимо друг от друга, что, строго говоря, справедливо, когда слои разделены большими зазорами (например, воздушными), сопротивлением которых можно пренебречь, однако, такая схема традиционно применяется и в случае слоев, находящихся в контакте друг с другом [10–11].

Очевидно, в рамках используемой схемы справедливы соотношения ($i=1,2,...,N$):

$$v_{imp}^{(N+1)}=v_{res}\,,\ v_{imp}^{(1)}=v_{imp}\,,\ v_{res}^{(i)}=v_{imp}^{(i+1)}\,, \qquad (1)$$

где индекс в скобках указывает на порядковый номер слоя в направлении движения ударника; $v_{imp}^{(i)}$, $v_{res}^{(i)}$, v_{imp}, v_{res} – скорости составного ударника до и после пробития i-го слоя, перед началом проникания и после вылета из мишени, соответственно.

Модель [12] для i-го слоя ($i=1,2,...,N$) включает следующие соотношения:

$$v_{res}^{(i)2}=\left[\frac{m^{(i-1)}}{m^{(i)}}\right]\left(v_{imp}^{(i)2}-v_{bl}^{(i)2}\right)\ ,\quad m^{(0)}=m\ , \qquad (2)$$

$$m^{(i)}=m+\sum_{\nu=1}^{i}m_{\rm plug}^{(\nu)}\,,\ \frac{m_{\rm plug}^{(\nu)}}{m}=\mu^{(\nu)}=\frac{\rho_{sh}^{(\nu)}b^{(\nu)}}{\rho_{\rm imp}L_{\rm imp}}\,, \qquad (3)$$

где $m^{(i)}$ – масса составного ударника после перфорации, $v_{bl}^{(i)}$ – баллистический предел (БП); $m_{plug}^{(\nu)}$ – масса выбитой "пробки"; $\rho_{sh}^{(\nu)}$ и $b^{(\nu)}$ – плотность слоя и его толщина, соответственно; ρ_{imp} – плотность материала ударника, L_{imp} – его длина. БП мишени (отдельного слоя или барьера в целом) – это минимальная скорость удара по мишени, приводящая к ее перфорации, или скорость удара, при которой скорость вылета из мишени равна нулю. Предполагается, что диаметр пробиваемых отверстий равен диаметру снаряда.

Соотношения (1)–(2) после исключения "промежуточных" скоростей приводят к выражению для БП многослойного барьера:

$$v_{bl}^2=(v_{bl}^{(1)})^2+\sum_{i=2}^{N}(v_{bl}^{(i)})^2[1+\sum_{\nu=1}^{i-1}\mu^{(\nu)}\ ]\ . \qquad (4)$$

2. Оптимальная последовательность слоев

Оценим, как изменится БП барьера, если поменять местами соседние пластины, имеющие порядковые номера s и $s+1$. Из соотношения (4) вытекают следующие выражения для БП "оригинального" барьера, $V_{bl}^{(s,s+1)}$, и барьера с обратным порядком пластин, $V_{bl}^{(s+1,s)}$:

$$\begin{aligned}(v_{bl}^{(s,s+1)})^2 &= (v_{bl}^{(1)})^2+(v_{bl}^{(2)})^2[1+\mu^{(1)}]+...+\\ &+(v_{bl}^{(*)})^2[1+\mu^{(1)}+...+\mu^{(s-1)}]+\\ &+(v_{bl}^{(**)})^2[1+\mu^{(1)}+...+\mu^{(s-1)}+\mu^{(*)}]+\\ &+(v_{bl}^{(s+2)})^2[1+\mu^{(1)}+...+\mu^{(s-1)}+\mu^{(*)}+\mu^{(**)}]+\\ &+...+(v_{bl}^{(N)})^2[1+\mu^{(1)}+...+\mu^{(N-1)}],\end{aligned} \qquad (5)$$

$$\begin{aligned}(v_{bl}^{(s+1,s)})^2 &= (v_{bl}^{(1)})^2+(v_{bl}^{(2)})^2[1+\mu^{(1)}]+...+\\ &+(v_{bl}^{(**)})^2[1+\mu^{(1)}+...+\mu^{(s-1)}]+\\ &+(v_{bl}^{(*)})^2[1+\mu^{(1)}+...+\mu^{(s-1)}+\mu^{(**)}]+\\ &+(v_{bl}^{(s+2)})^2[1+\mu^{(1)}+...+\mu^{(**)}+\mu^{(*)}\ ]+...\\ &+(v_{bl}^{(N)})^2[1+\mu^{(1)}+...+\mu^{(N-1)}].\end{aligned} \qquad (6)$$

В формулах (5)–(6) $b^{(*)}=b^{(s)}$ и $b^{(**)}=b^{(s+1)}$, где номера слоев s и $s+1$ связаны с оригинальным барьером.

Из выражений (5)–(6) вытекает следующее соотношение:

$$\begin{aligned}\Delta &= [v_{bl}^{(s,s+1)}]^2-[v_{bl}^{(s+1,s)}]^2=\\ &=(v_{bl}^{(**)})^2\mu^{(*)}-(v_{bl}^{(*)})^2\mu^{(**)}=\\ &=\frac{A^{(s)}A^{(s+1)}}{\rho_{imp}L_{imp}}\left[\omega^{(s+1)}-\omega^{(s)}\right],\end{aligned} \qquad (7)$$

где

$$\omega^{(\nu)}=\frac{(v_{bl}^{(\nu)})^2}{A^{(\nu)}}\,,\ A^{(\nu)}=\rho_{sh}^{(\nu)}b^{(\nu)}\,, \qquad (8)$$

$A^{(\nu)}$ – масса пластины, отнесенная к ее площади (areal density).

Из соотношения (7) вытекает, что оптимальный порядок пластин (то есть, их расположение, обеспечивающее максимум БП) достигается, когда пластины расположены в порядке возрастания параметра ω, что нетрудно доказать "от противного": предположение, что оптимальным является некоторое другое расположение пластин, приводит к противоречию, поскольку БП может быть увеличен путем перестановки соседних пластин в "неправильной" паре. Очевидно, наименьшее значение БП имеет место при их упорядочении по убыванию ω.

Более наглядный вид полученный критерий приобретает для случая, когда пластинки изготовлены из одного и того же материала плотности ρ_{sh}. Тогда выражение для Δ представляется в виде

$$\Delta = \frac{\rho_{sh} b^{(s)} b^{(s+1)}}{\rho_{imp} L_{imp}} \left[\Psi(b^{(s+1)}) - \Psi) b^{(s)}) \right], \qquad (9)$$
$$\Psi(x) = G(x)/x,$$

где функция $G(b)$ задает зависимость квадрата БП некоторой пластины от ее толщины b.

Следовательно, если G – возрастающая функция (здесь и далее – "первый сценарий"), то оптимальным является расположение пластин по возрастанию их толщин, а если убывающая ("второй сценарий"), то наилучшим является их обратный порядок; если же $G(b) \sim \sqrt{b}$, то БП не зависит от порядка пластин.

Существующие модели в подавляющем большинстве указывают на то, что имеет место первый сценарий. В таблице приведены коэффициенты моделей вида

$$G(b) = \sum_{i=1}^{2} \beta_i b^{\alpha_i}, \; \beta_i \geq 0. \qquad (10)$$

Коэффициенты моделей

Источник	α_1	α_2	Примечания
[14]	1.3-2.0	0	Модификации De Marre формулы
[15]	1.8-7.0	0	THOR уравнения
[16]	2,0	1,0	SRI уравнение
[17]	1,5	0	BRL модель
[18]	1.5	0	–
[19]	1.7	0	–
[20-21]	0.8; 1.6; 1.7	0	–
[22]	2.0	1.5	–
[23]	2.0	0	–
[24]	1.0	2.0	–
[12]	2.0	0	–

Вычислив производную

$$\Psi'(b) = \sum_{i=1}^{2} \beta_i (\alpha_i - 1) b^{\alpha_i - 2}, \qquad (11)$$

мы заключаем, что во всех случаях, за одним исключением, $\Psi'(b) > 0$, то есть, функция Ψ – возрастающая и имеет место первый сценарий.

3. Сравнение барьеров с различным количеством слоев

Оценим, как влияет количество слоев на защитную эффективность барьера, предполагая, что слои имеют одинаковую толщину $b^{(i)} = b_{sum}/N$ (b_{sum} – суммарная толщина барьера, которая предполагается одинаковой для всех сравниваемых вариантов) и изготовлены из одного и того же материала. Анализ будем проводить для класса моделей

$$G(b) = \beta b^{\alpha}, \;\; \alpha > 1. \qquad (12)$$

В этом случае формула (4) запишется в виде

$$v_{bl}^2 = \beta b^{\alpha} \psi(N), \; \psi(N) = \frac{N^2 + g(N-1)}{N^{\alpha+1}}. \qquad (13)$$

Будем считать аргумент x непрерывным аналогом целого N. Тогда

$$\psi(x) = \frac{x^2 + g(x-1)}{x^{\theta}}, \; \theta = \alpha + 1 > 2 \qquad (14)$$

и

$$\psi'(x) x^{\theta+1} = (2-\theta) x^2 + + g(\theta - 1)\left[1 + \frac{1}{\theta - 1} - x\right] < 0 \qquad (15)$$

для $x \geq 2$.

Предположим, что

$$g < 2^{\theta} - 4. \qquad (16)$$

Тогда $\psi(2) < \psi(1)$ и, с учетом неравенства (15), можно заключить, что $\psi(x)$ убывает при $x \geq 2$, оставаясь меньше, чем $\psi(1)$.

Если $$g > 2^{\theta} - 4, \qquad (17)$$

то $\psi(2) > \psi(1)$, то $\psi(x)$ также убывает при $x \geq 2$, но $\psi(x) > \psi(1)$, когда $2 < x < x_0$, и $\psi(x) < \psi(1)$, когда $x > x_0$, где x_0 – корень уравнения $\psi(x) = \psi(1)$,

$$x^2 + g(x-1) - x^{\theta} = 0, \qquad (18)$$

который существует, поскольку $\psi(x) \to 0$, когда $x \to +\infty$.

Если, наконец,

$$g = 2^{\theta} - 4, \qquad (19)$$

то $\psi(2) = \psi(1)$ и $\psi(x)$ убывает при $x \geq 2$.

Вернувшись к целым значениям аргумента функции ψ, на основании проведенного анализа приходим к следующим выводам. БП многослойного барьера уменьшается с увеличением числа слоев. Если справедливо условие (16), то БП многослойного барьера всегда меньше БП монолитного барьера той же толщины. Если же имеет место условие (17), то БП многослойного барьера больше или меньше БП монолитного барьера в зависимости от того, выполняется условие $1 < N \leq [x_0]$ или условие $N \geq [x_0] + 1$, соответственно, где обозначение $[x_0]$ используется для целой части x_0.

В случае же справедливости условия (19) БП монолитного и двухслойного барьеров одинаковы, но при $N > 2$ БП убывает.

Заключение

На основе приближенных моделей, описывающих высокоскоростное взаимодействие цилиндрического ударника с многослойной металлической преградой, установлен ряд закономерностей, характеризующих ее баллистические свойства.

Выявлен критерий, регламентирующий порядок расположения заданного набора пластин в многослойной мишени, обеспечивающий ее максимальное сопротивление пробиванию. В частности, если пластины изготовлены из одного и того же материала, они должны быть расположены в порядке возрастания их толщин.

Для барьеров со слоями одинаковой толщины из одинакового материала установлено, что увеличение количества слоев снижает баллистическое сопротивление барьера, но в некоторых случаях замена монолитного барьера на слоистый с небольшим количеством слоев может увеличивать БП барьера.

Найденные закономерности, естественно, нуждаются в анализе с привлечением результатов экспериментов и "точных" расчетов, что является предметом последующих исследований.

Список литературы

1. *Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T.* Investigation and optimization of protective properties of metal multi-layered shields: A Review // International Journal of Protective Structures. 2012. Vol. 3. P. 275–291.
2. *Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T.* New results on ballistic performance of multi-layered metal shields: review // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. 2017. Vol. 88. P. 1–8.
3. *Banichuk N.V., Ivanova S. Yu., Ragnedda F., Serra M.* Multiobjective approach for optimal design of layered plates against penetration of strikers // Mechanics Based Design of structures and Machines. 2013. Vol. 41. P. 189–201.
4. *Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Макеев Е.В., Турутько А.И.* Некоторые аналитические и численные оценки параметров оптимальной структуры защитной плиты // Проблемы прочности и пластичности. 2013. Вып. 75(3). С. 206–214.
5. *Баничук Н.В., Иванова С.Ю.* Игровой подход к решению задачи оптимизации формы ударника и структуры слоистой среды при высокоскоростном пробивании // Проблемы прочности и пластичности. 2016. Вып. 78(4). С. 426–435.
6. *Аптуков В.Н., Петрухин Г.И., Поздеев А.А.* Оптимальное торможение твердого тела неоднородной пластиной при ударе по нормали // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1985. № 1. С. 165–170.
7. *Аптуков В.Н, Хасанов А.Р.* Оптимальное торможение жесткого цилиндра неоднородной преградой при ударе по нормали с учетом трения // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2011. Вып. 7(3). С. 3–27.
8. *Аптуков В.Н., Хасанов А.Р.* Оптимизация параметров слоистых плит при динамическом проникании жесткого индентора с учетом трения и ослабляющего эффекта свободных поверхностей // Вестник Пермского политехнического университета. Механика. 2014. Вып. 2. С. 48–75.
9. *Хасанов А.Р., Аптуков В.Н.* Решение задачи оптимизации защитных свойств неоднородных плит при динамическом проникании жесткого бойка с помощью методов оптимального управления // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2016. Вып. 2(33). С. 106–111.
10. *Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T.* Applied High-Speed Plate Penetration Dynamics. Dordrecht: Springer, 2006. 357 p.
11. *Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T.* High-Speed Penetration Dynamics: Engineering Models and Methods. World Scientific, 2013. 680 p.
12. *Kasano H., Abe K.* Perforation characteristics prediction of multi-layered composite plates subjected to high velocity impact. Proc. of 11th Int. Conf. on Composite Materials (July 14–18, 1997, Gold Coast, Australia). Vol. 2. P. 522–531.
13. *Recht R.F., Ipson, T.W.* Ballistic perforation dynamics // Journal of Applied Mechanics. 1963. Vol. 30. P. 384-390.
14. *Herrmann W., Jones A.H.* Survey of hypervelocity impact information // Rep. № 99–1. Massachusetts Institute of Technology (MIT). Aeroelastic and Structures Research Laboratory, Cambridge, MA. 1961.

15. *Crull M., Swisdak M.M., Jr.* Methodologies for calculating primary fragment characteristics // Technical Paper № 16 (Technical Rep. DDESB TP 16), Revision 2. Department of Defense Explosives, Safety Board, Alexandria, VA. 2005.
16. *Corbett G.G., Reid S.R., Johnson W.* Impact loading of plates and shells by free-flying projectiles: a review // International Journal of Impact Engineering. 1996. Vol. 18. P. 141–230.
17. *Corbett G.G., Reid S.R.* Quasi-static and dynamic local loading of monolithic flat-faced long projectiles // International Journal of Impact Engineering. 1993. Vol. 13. C. 423–441.
18. *Ohte S., Yoshizawa H., Chiba N., Shida S.* Impact strength of steel plates struck by projectiles // Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineering. 1982. Vol. 25. P. 1226–1231.
19. *Neilson A.J.* Empirical equations for the perforation of mild steel plates // International Journal of Impact Engineering. 1985. Vol. 3. C. 137–142.
20. *Jowett J.* The effects of missile impact on thin metal structures // Rep. S.R.D.R 378. United Kingdom Atomic Energy Authority (UKAEA), Safety and Reliability Directorate, Culcheth, UK. 1986.
21. *Aly S.Y., Li Q.M.* Critical impact energy for the perforation of metallic plates // Nuclear Engineering and Design. 2008. Vol. 238. P. 2521–2528.
22. *Wen H.M., Jones N.* Semi-empirical equations for the perforation of plates struck by the mass // Strucktures Under Shock and Impact II / WIT Press, Southampton, 1992. P. 369–380.
23. *Cloete T.J., Curry R.J., Balden V.H., Maree H., Basson, I.* A Scaling Approach to Assess Mining Cage Roof Performance under Sub-Ordnance Projectile Impact // Programme & Abstract Book of the 4th Int. Conf. on Impact Loading of Lightweight Structures–ICILLS. 2014. P. 202–206.
24. *Woodward R.L., Cimpoeru S.J.* A study of the perforation of aluminium laminate targets // International Journal of Impact Engineering. 1998. Vol. 21. P. 117–131.

Some ballistic properties of multilayered barriers against high-speed impact by cylinder

A. Dubinsky
Israel; dubin@bgu.ac.il

On the basic of simplified models describing high-speed interaction of a cylindrical impactor with multilayered, metal shield, comparison of ballistic properties of monolithic and layered shields of the same total thickness was provided, and effect of the order of plates and of number of identical layers on protective characteristics of barriers was studied. Some simple regularities were established, that can be used in design of barriers.

Keywords: *multilayered target; protective barrier; penetration; perforation; impactor.*