

УДК 519.71; 51-77

## Обобщенная математическая модель транспортной нагрузки внутри городов

**В. Л. Чечулин**

Пермский государственный национальный исследовательский университет  
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15  
chchulinvl@mail.ru; 8 (342) 2-396-424

Описана простая обобщенная модель роста транспортной нагрузки в зависимости от линейных размеров города (компактного поселения), в этой общей модели показано, что население есть функция квадрата линейного размера города, транспортная нагрузка (и, соответственно, экологическая) – функция куба линейного размера города при отсутствии транспортного коллапса, а при транспортном коллапсе экологическая нагрузка – функция четвертой степени от линейного размера города. Кроме того, показано, что на одной и той же площади с равной экологической нагрузкой разместимо большее количество населения при ограничении количества населения в единицах расселения (городах), нежели при построении единственного мегаполиса. Модели степенной зависимости частично проверены на доступных данных.

**Ключевые слова:** обобщенная модель транспортной нагрузки города; линейный размер города; население города; транспортная и экологическая нагрузка; варианты расселения; статистическая связь количества населения и транспортной нагрузки.

DOI: 10.17072/1993-0550-2018-2-61-66

### Предисловие

Прикладная наука вышла отчасти из экспериментальной и поначалу имела дело с решением конкретных задач, а не разработкой общих теорий [15]. Отметим, что и в градостроительстве необходимо было решать конкретные прикладные задачи, а не создавать общие теории.

На современном этапе набор таких конкретно решаемых посредством математического моделирования задач достаточно широк. Решаются задачи моделирования и оптимизации сложившейся типа расселения с подзадачами [5], [6], [14], [10]. Исследователи моделируют и прогнозируют в сложившихся условиях особенности регионального расселения, с традиционной привязкой к размещению промышленности [2], [3], [7], [8], [9], [11], [12], [13]<sup>1</sup>, пытаются строить предположения о бу-

душих параметрах и свойства расселения в городах и т. п. населенных пунктах [4].

Однако для планирования особенностей расселения необходимо учитывать его общие закономерности. Так, в [16], [17], [19] посредством простых моделей глобального расселения была определена предельная (в экологическом смысле) численность населения регионов РФ, и указано, что большинство регионов недонаселены, а малая часть перенаселены. В данной работе продолжается анализ особенностей расселения, связанных с перенаселенностью, на основании общих закономерностей городского расселения.

### 2. Общая модель транспортной нагрузки

Пусть линейный размер города будет равен  $a$ , тогда ясно, что его площадь  $s$  пропорциональна квадрату линейного размера  $s \sim a^2$ , и соответственно население  $b$  равно произведению площади на среднюю плотность населения  $b = k_1 \cdot s$ , и также пропорционально квадрату линейного размера  $b \sim a^2$ .

© Чечулин В. Л., 2018

<sup>1</sup> Зачастую "анализ" сводится лишь к констатации статистических закономерностей, что выдает взгляд авторов на расселение как на стихийный, неуправляемый формальный процесс [1], не имеющий существенных законов и ограничений.

Далее, жителям города необходимо ездить на работу и обратно, средняя длина суммы всех маршрутов будет пропорциональна  $\frac{1}{2}$  линейного размера умноженной на население  $c \sim \frac{1}{2} \cdot b \cdot a$ , при этом учитывается, что половина населения ездит раз в день туда-обратно (трудящиеся), а половина – нет (дети и пенсионеры). Транспортная нагрузка пропорциональна кубу линейного размера,  $c \sim a^3$ .

Экологическая нагрузка равна произведению транспортной нагрузки (суммарно длины поездок в день, с) на некий коэффициент загрязнения окружающей среды на 1 км поездки. При этом, даже если используется электротранспорт, энергия для него вырабатывается на ТЭЦ и т. п., загрязняющих среду, само производство и технические обслуживание средств транспорта требует производственных затрат, сопряженных с производством отходов и т. п.<sup>2</sup>:  $d = k_2 \cdot c$ . Экологическая нагрузка<sup>3</sup> пропорциональна кубу линейного размера  $d \sim a^3$ .

Легко увидеть, что транспортная нагрузка растет быстрее населения (в 3-й степени, а население – во 2-й). Тогда становится ясно, что пропускная способность транспортной сети города ограничена – на единицу площади города дороги занимают определенную часть. Площадь дорог растет квадратично от линейного размера, а не кубически, тогда при росте линейного размера города относительная нагрузка на дороги внутри города растет (повышается интенсивность движения до максимально возможной, равной предельной пропускной способности), и при дальнейшем росте интенсивности движения в пиковые часы наблюдается транспортный коллапс, – скорость движения падает – движение по маршруту определенной длины начинает занимать большее время<sup>4</sup>. Поскольку время движения по маршруту увеличивается (пусть

не более чем линейно от увеличивающегося линейного размера города), то тогда, при транспортном коллапсе, дополнительная экологическая нагрузка пропорциональна четвертой степени линейного размера города  $d_2 \sim a^4$ , и общая экологическая нагрузка есть сумма экологической нагрузки  $d = k_2 \cdot c$  и  $d_2 \sim a^4$ , дополнительной:  $d_{\text{общ}} = k_2 \cdot c + k_3 \cdot a^4$ .

Вышеприведенные соображения сведены в табл. 1, в которой показаны параметры имитационной модели.

Таблица 1. Общая модель транспортной нагрузки

Параметр модели	Формула	Коэфф.
Линейный размер	$a$	условная единица
Площадь	$s = a^2$	простейш. вариант
Население	$b = k_1 \cdot a^2$	$k_1 = 10$ чел. на ед. площ.
Транспортная нагрузка	$c = \frac{1}{2} \cdot b \cdot a$ $c = \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot a^3$	
Экологическая нагрузка (без трансп. коллапса)	$d = k_2 \cdot c$ $d = k_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot a^3$	$k_2 = 10$ ед. на ед. тр. нагр.
Экологическая нагрузка с транспортным коллапсом	$d_{\text{общ}} = d + k_3 \cdot a^4$ $d_{\text{общ}} = k_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot k_3 \cdot a^4$	$k_3$

Коэффициент  $k_3$  учета транспортного коллапса определяется из следующих соображений. Обобщенно при нормальном движении площадь, занимаемая движущимся транспортом (с учетом дистанций между транспортными средствами, необходимыми для максимально возможного транспортного потока)  $S_{\text{трансп}}$  меньше чем площадь дорог города<sup>5</sup>  $S_{\text{дорог}}$ :  $S_{\text{трансп}} < S_{\text{дорог}}$ .

При этом площадь дорог растет квадратично от линейного размера города  $S_{\text{дорог}} = k_{\text{дорог}} \cdot a^2$ , а площадь, необходимая транспортному потоку, – пропорционально третьей степени:

$$S_{\text{трансп}} = k_{\text{трансп}} \cdot c = k_{\text{трансп}} \cdot \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot a^3.$$

При транспортном коллапсе, обратном положении, когда дорог недостаточно для потока транспорта  $S_{\text{трансп}} > S_{\text{дорог}}$  имеется коэффициент замедления  $k_{\text{замедл}}$  ( $k_{\text{замедл}} > 1$ ), равный отношению необходимой и имеющейся площадей для транспортных потоков, при этом:

$$k_{\text{замедл}} = S_{\text{трансп}} / S_{\text{дорог}} = (k_{\text{трансп}} \cdot \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot a^3) / (k_{\text{дорог}} \cdot a^2)$$

$$k_{\text{замедл}} = (k_{\text{трансп}} / k_{\text{дорог}}) \cdot \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot a,$$

откуда ясно, что при транспортном коллапсе, росте площадей  $S_{\text{трансп}}$  и  $S_{\text{дорог}}$  экологическая нагрузка возрастает пропорционально произведению  $k_{\text{замедл}}$  на  $S_{\text{трансп}}$  – т. е. в четвертой степени. Коэффициент  $k_3$  в табл. 1 таков:

<sup>2</sup> Даже если речь шла бы о солнечных батареях как источнике энергии, то при их сроке службы в 20 лет необходимо каждый год утилизировать 5 % и 5 % их количества произвести заново (что сопряжено с определенной экологической нагрузкой на окружающую среду), соответственно при сроке службы в 50 лет – 2 % (но такая долговечность пока не достигнута).

<sup>3</sup> Экологическая нагрузка в данном случае – некий пропорциональный эквивалент от энергетических затрат на транспортирование.

<sup>4</sup> Так называемые "пробки" движения транспорта.

<sup>5</sup> Разумея относительно оптимальную планировку дорожной сети.

$$k_3 = k_2 \cdot (k_{\text{трансп}} / k_{\text{дорог}})^{1/2} \cdot k_1.$$

Очевидно, что имеется предельный размер города, в котором еще нет транспортного коллапса, однако определение этого размера вне рамок этой работы.

### 3. Имитационное моделирование

Для наглядной иллюстрации общих закономерностей, сведенных в табл. 1, было проведено имитационное моделирование, с тем отличием, что средняя длина единичного маршрута определялась методом Монте-Карло между двумя точками, случайно распределенными внутри площади города. При этом наихудший случай транспортного коллапса исключался.

Экологическая нагрузка при этом представлена в виде условной площади города и незаселенных окрестностей вокруг, необходимых для восстановления экологического равновесия, см. рис. 1 и табл. 2.

Таблица 2. Результаты имитационного моделирования

Размер линейный	Площадь	Кол-во населения	Среднее расстояние	Транспортная нагрузка	Площадь экологич.
1	1,0E+00	1,0E+01	0,528	5,28	52,77
3,16	1,0E+01	1,0E+02	1,84	184	1 841
10	1,0E+02	1,0E+03	5,31	5 314	53 141
32	1,0E+03	1,0E+04	16,47	164 709	1 647 089
100	1,0E+04	1,0E+05	51,86	5,2E+06	5,2E+07
316	1,0E+05	1,0E+06	160,2	1,60E+08	1,60E+09
1000	1,0E+06	1,0E+07	480,5	4,80E+09	4,80E+10

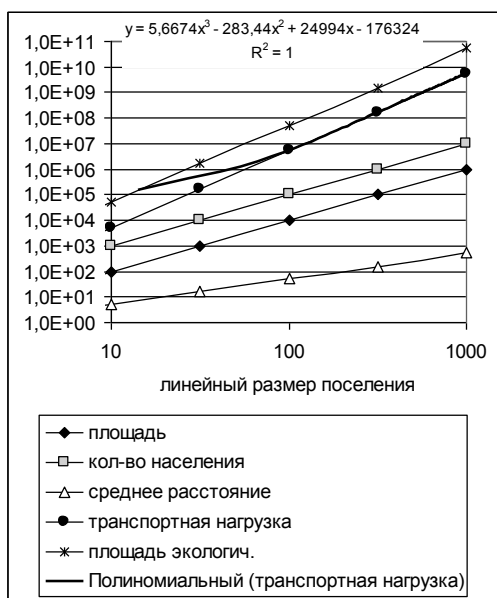


Рис. 1. Результаты имитационного

моделирования

Из приведенных результатов наглядно видно, что города с большим населением занимают экологически необходимую площадь гораздо (непропорционально) большую, чем сумма площадей городов с меньшим населением<sup>6</sup>. В связи с этим возникает ряд прикладных задач.

### 4. Прикладные выводы из модели

**Первая задача:** дан город населением 1 млн чел.; сколько населения можно разместить на площади, равной экологической площади восстановления среды для данного города? Исходная экологическая площадь, занимаемая городом в 1 млн чел., – 1,6E+09 усл. ед. площади. Решение приведено в табл. 3.

Таблица 3. Решение первой задачи

Население городов (чел)	Городов с населением, чел.				
	10	100	1 000	10 000	100 000
Кол-во городов	3,1E+07	914763	30731	962,5	29,86
Итого населения	3,1E+08	9,1E+07	3,1E+07	9624746	2986420

Как видно из табл. 3, если селить по 100 тыс., то на той же площади выйдет 3 млн чел., а если селить по 10 тыс., то выйдет 10 млн чел. на той же площади что и исходный единственный миллионный город.

**Вторая задача:** дан город населением 10 млн чел.; сколько населения можно разместить на площади, равной экологической площади восстановления среды для данного города? Исходная экологическая площадь, занимаемая городом в 1 млн чел., – 5,4E+10 усл. ед. площади. Решение приведено в табл. 4.

Таблица 4. Решение второй задачи

Население городов (чел)	Городов с населением, чел.			
	1 000	10 000	100 000	1 000 000
Кол-во городов	1048118	32826	1019	34,1
Итого населения	1E+09	3,3E+08	1E+08	34 105 984

Как видно из табл. 4, если селить по 1 млн, то на той же площади выйдет 30 млн чел.; если селить по 100 тыс, то выйдет 100 млн чел.; а если селить по 10 тыс, то выйдет 300 млн чел. на той же площади, что много-

<sup>6</sup> С этим сопоставимо понятие "буферной зоны" перенаселенного региона, см. [19, с. 169], [18].

кратно больше, чем при единственном мегаполисе в 10 млн чел.

### 5. Проверка модели на доступных данных

Естественно, что указанные модели подлежат проверке на действительных данных. Поскольку полных данных не имеется, то проведена частичная проверка, показывающая качественное наличие указанных общих закономерностей модели.

Прежде проверена (по данным Росстата и Росприроднадзора, для регионов России на 2010 г. [22], [21]) экологическая нагрузка образования отходов в зависимости от площади региона и от населения, см. рис. 2, 3.

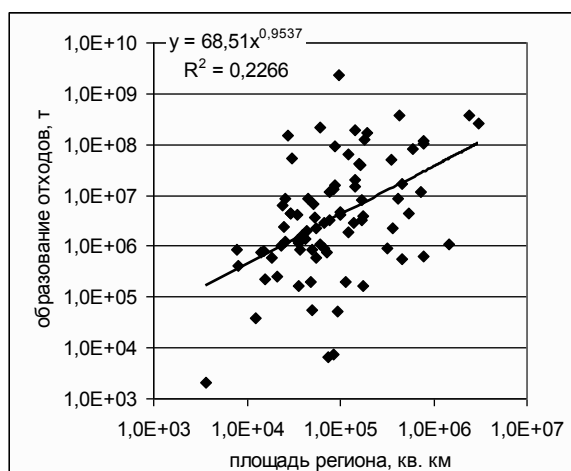


Рис. 2. Образование отходов в зависимости от площади региона

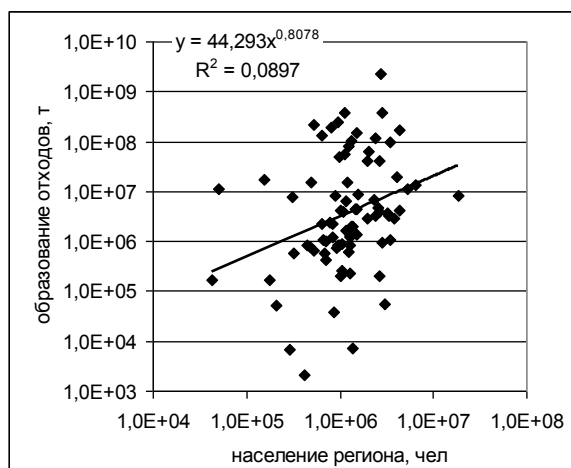


Рис. 3. Образование отходов в зависимости от населения региона

По рис. 2, 3 видно, что образование отходов зависит (в степенной аппроксимации) от площади и от населения меньше, чем в первой степени, т. е. отходы промышленные и

бытовые под закономерность экологической нагрузки, связанной с транспортом, не подпадают, – они описываются линейной зависимостью первой степени.

Во вторую очередь, по меньшей выборке регионов проверена транспортная нагрузка в зависимости от населения региона (данные из [22], [20], на 2010 г. по выборке регионов ЦФО, ПФО и УФО РФ), см. рис. 4, 5. Здесь потребление топлива – это эквивалент транспортной (экологической) нагрузки.

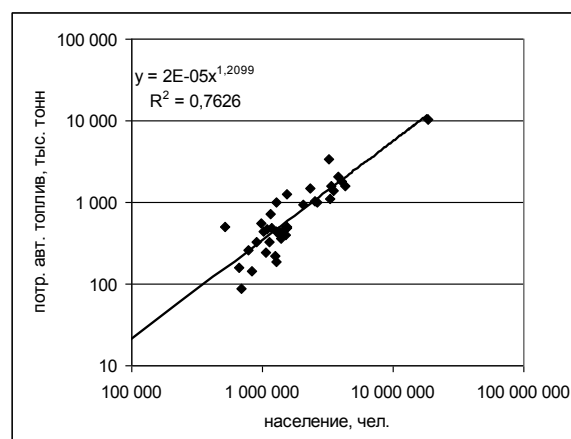


Рис. 4. Эквивалент транспортной (экологической) нагрузки в зависимости от населения региона, для всех регионов выборки

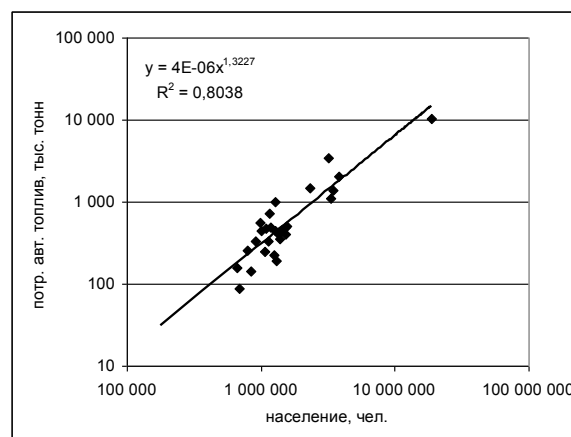


Рис. 5. Эквивалент транспортной (экологической) нагрузки в зависимости от населения региона, для регионов выборки с площадью до 100 000 кв. км

Хотя регионы не являются плотно заселенными городами, как в исходной теоретической модели, но по рис. 4 видно, что экологическая нагрузка растет в степени большей, чем единица от населения, – функция степенная от населения  $\sim x^{1,21}$ , причем, если взять выборки для регионов меньшей площади (до 100 тыс. кв. км.), см. рис. 5, то степенная зависимость

еще более выражена: функция экологической нагрузки степенная от населения  $\sim x^{1,32}$ .

Теоретическая же степенная зависимость экологической нагрузки от населения полуторная –  $\sim x^{1,5}$  (по табл. 1  $\sim x^{3/2}$ ).

Приближение с ростом плотности населения степенной зависимости экологической транспортной нагрузки от населения к теоретической величине качественно указывает на проявление основных закономерностей модели в действительности.

### Заключение

Таким образом, описаны общие закономерности транспортной, экологической нагрузки городов в зависимости от линейных размеров и населения. Указано, что эти закономерности проявляются на практике. Приведенная модель является основанием для конкретизаций и прикладных использований указанных закономерностей в решении задач планирования расселения.

### Список литературы

1. Андреев В.В., Лукиянова В.Ю., Кадышев Е.Н. Анализ территориального распределения населения в субъектах Приволжского федерального округа с применением законов Ципфа и Гибрата // Прикладная эконометрика. 2017. № 4(48). С. 97–121.
2. Бабурин В.Л. Взаимосвязь расселения и размещения производства // Региональные исследования. 2014. № 4. С. 5–16.
3. Бабурин В.Л., Синицын Н.А. Моделирование пространственного распределения населения и производства // Известия Российской академии наук. Серия географическая. 2016. № 2. С. 7–17.
4. Витюк Е.Ю. Линейная модель расселения: ретроспективный анализ концепции идеального города // Архитектон: известия вузов. 2014. № 47. Сентябрь. С. 36–46.
5. Грачёв Г.А. Модель оптимального состояния системы городского расселения // Известия РАН. Серия географическая. 2010. № 3. С. 46–51.
6. Коротков П.А., Трубянов А.Б., Загайнова Е.А., Никоноров К.Н. Сопоставительный анализ моделей оценки экологической эффективности крупных городов // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 2. С. 328.
7. Мазаев А.Г. Отечественный опыт оптимизации национальной системы расселения // Академический вестник УралНИИпроект РААСН. 2017. № 3(34). С. 20–25.
8. Мазаев А.Г. Способы полицентрической оптимизации систем расселения // Академический вестник УралНИИпроект РААСН. 2015. № 4. С. 9–13.
9. Мищенко В.В., Пуричи В.В. Пространственные подходы в экономике и региональные исследования расселения // Известия Алтайского государственного университета. 2015. Т. 1, № 2(86). С. 123–127.
10. Овсянников И.А., Чечулин В.Л. Моделирование пропускной способности дорожной сети города Березники для ее оптимизации малыми изменениями // Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2017. № 3. С. 55–60.
11. Рюмкин А.И., Тябаев Е.С. Оценка расселения на основе демографических моделей и геоинформационного анализа // Геоинформатика. Теория и практика Томск, 1998. С. 245–272.
12. Перькова М.В., Большаков А.Г. Теоретическая модель развития региональной системы расселения // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2017. № 1. С. 105–111.
13. Тонкой И.В. Региональные системы расселения: тенденции формирования и предпосылки развития // Academia. Архитектура и строительство. 2012. № 4. С. 77–81.
14. Черкасова Л.Н. Развитие экологических моделей современного города // Вестник Международной академии системных исследований. Информатика, экология, экономика. 2012. Т. 14, № 1. С. 199–201.
15. Чечулин В.Л. История математики, науки и культуры (структура, периоды, новообразования): монография / В.Л. Чечулин; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. Пермь, 2013. 166 с.
16. Чечулин В.Л., Смыслов В.И., Саматкин Д.Ю. Приближенная модель расчета предельной численности населения по странам мира // Чечулин В.Л. Статьи в журнале "Университетские исследования" 2009–2014 гг.: сб. [Электронный ресурс]; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. Пермь, 2015. С. 548–560.
17. Чечулин В.Л., Смыслов В.И., Саматкин Д.Ю. Приближенная модель расчета предельной

- численности населения по регионам России // Чечулин В.Л. Статьи в журнале "Университетские исследования" 2009–2014 гг.: сб. [Электронный ресурс]; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. Пермь, 2015. С. 561–568.
18. Чечулин В.Л., Смыслов В.И., Саматкин Д.Ю. Понятие буферной зоны для перенаселенных регионов России // Чечулин В.Л. Статьи в журнале "Университетские исследования" 2009–2014 гг.: сб. [Электронный ресурс]; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. Пермь, 2015. С. 569–574.
19. Чечулин В.Л., Смыслов В.И. Модели социально-экономической ситуации в России 1990–2010 годов и сценарные прогнозы до 2100 года: монография / В.Л. Чечулин, В.И. Смыслов; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. Пермь, 2013. 194 с.
20. *Обзор 1.* Сколько бензина потребляется в России: разнообразие оценок. URL: <http://solex-un.ru/energo/reviews/avtomobilnyy-transport/obzor-1> (дата обращения: 17.02.2018).
21. *Росприроднадзор.* Открытые данные. URL: <http://rpn.gov.ru/opendata/term>.
22. *Росстат.* URL: <http://www.gks.ru/> (дата обращения: 17.02.2017).

## The generalized mathematical model of traffic load in cities

V. L. Chechulin

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia  
 chechulinvl@mail.ru; 8 (342) 2-396-424

The paper describes a simple generalized model of the traffic load growth depending on the linear sizes of a city (a compact settlement). This general model shows that population is a function of the squared linear size of the city, traffic load (and, environmental load respectively) is a function of the cubic linear size of the city in the absence of traffic standstill, and in case of traffic standstill the environmental load is a function of the quadratic linear size of the city. Moreover, it is shown that on the same area, with an equal environmental load, a bigger number of inhabitants can be placed when restricting the population in resettlement units (cities) than in case of the only one megalopolis built. The models of power law dependence were partially checked based on the data available.

**Keywords:** *generalized model of the city's traffic load; linear size of the city; population of the city; traffic and environmental load; resettlement options; statistical relationship between the number of inhabitants and traffic load.*