

УДК 539.3

Оптимальное торможение жесткого конического ударника слоистой плитой при ударе по нормали с учетом вязкостных эффектов

А. Р. Хасанов

Пермский государственный национальный исследовательский университет
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15
artur_raisovich@rambler.ru; 8(342) 2-396-345

В ряде предыдущих работ [1–3] в рамках ударно-проникающего взаимодействия рассматривалась задача поиска минимального погонного веса слоистой плиты. Изучалось влияние различных условий проникания на оптимальную конструкцию защитной преграды – трение, ослабляющее влияние свободных поверхностей плиты, геометрические факторы (различные формы ударников). Совокупность полученных результатов приводит к выводу о расположении слоев в порядке убывания плотностей по толщине плиты оптимальной конструкции. В настоящей статье представлена новая постановка задачи оптимизации на базе модернизированной эмпирической зависимости Ф.Ф. Витмана и В.А. Степанова с учетом вязкостных эффектов для ударника конической формы. Отмечается, что вязкость может качественно повлиять на оптимальную структуру плиты по сравнению с базовой постановкой задачи оптимизации [3].

Ключевые слова: слоистая плита; минимальный погонный вес; принцип максимума Понтрягина; эмпирическая модель Витмана и Степанова; вязкость.

DOI: 10.17072/1993-0550-2018-2-54- 60

1. Постановка задачи оптимизации

Уравнение движения по нормали ударника массой M записывается в виде

$$\frac{1}{2} M \frac{d(v^2)}{dL} = -2\pi \int_0^L \sigma(\xi) f(\xi) f'(\xi) d\xi, \quad (1)$$

где v – текущая скорость ударника; f – уравнение образующей формы ударника (для конического ударника $f(z) = z \operatorname{tg} \alpha$, где α – угол полураствора конуса); σ – удельное сопротивление прониканию; L – текущая глубина внедрения; $\xi = L - x$ – координата, отсчитываемая от кончика ударника (рис. 1).

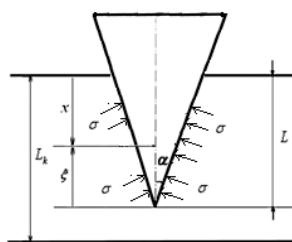


Рис. 1. Схема внедрения ударника в плиту

В уравнении (1) в случае произвольного распределения плотности $\rho(x)$ и динамической твердости $H_d(x)$ по толщине плиты в качестве удельного сопротивления прониканию σ примем эмпирическую зависимость Ф.Ф. Витмана и В.А. Степанова, справедливую при средних скоростях удара в условиях вязкого образования кратера [4]. В базовом

варианте эта зависимость имеет следующий вид:

$$\sigma = H_d + k\rho v^2. \quad (2)$$

В соотношении (2) входят инерционная составляющая, зависящая от плотности ρ материала плиты, от текущей скорости ударника v , от коэффициента формы головной части ударника k (для конического ударника $k = \sin^2 \alpha$), и собственное сопротивление плиты, характеризуемое динамической твердостью материала плиты H_d . Заметим, что соотношение (2) – это первый физически четкий результат, широко используемый в приложениях. Тем не менее, отмечается, что данное соотношение нуждается в модернизации с учетом целого ряда факторов, одним из которых является вязкость [5]. Модернизированная эмпирическая зависимость (2) с учетом вязкостных эффектов примет вид

$$\sigma = H_d + k\rho v^2 + k_v v, \quad (3)$$

где k_v – коэффициент вязкости.

Граничные условия для уравнения (1): ударник движется с заданной начальной скоростью v_0 и останавливается в момент выхода его кончика за тыльную поверхность плиты. Таким образом, рассматриваются преграды с толщиной b , равной конечной глубине внедрения L_k

$$v(L=0) = v_0, \quad v(L=L_k) = 0. \quad (4)$$

Следует подчеркнуть, что толщина плиты b заранее не задана, и определяется конечной глубиной внедрения ударника в рамках оптимизационной задачи. Задача оптимизации заключается в минимизации погонного веса плиты, которая обеспечивает полную остановку ударника в момент выхода его кончика из плиты $b = L_k$, при этом

$$J = \min_{\rho \in \Omega} \left\{ \int_0^{L_k} \rho(x) dx \right\}, \quad (5)$$

где Ω – множество допустимых значений параметра ρ

Введем непрерывные управляющие функции

$$\rho \in \Omega, \quad \Omega = \{ \rho(x) : \rho_1 \leq \rho(x) \leq \rho_2, (x \in [0, L_k]) \},$$

$$H_d \in H, \quad H = \{ H_d(x) : H_1 \leq H_d(x) \leq H_2, (x \in [0, L_k]) \}. \quad (6)$$

Будем рассматривать такой класс материалов, для которого существует взаимно-однозначное отображение φ множества Ω в множество H : $H_d = \varphi(\rho)$, причем с увеличением плотности ρ растет динамическая твердость H_d , т.е. $\partial \varphi / \partial \rho > 0$.

Возможны различные варианты приближения зависимости $H_d = \varphi(\rho)$, влияние выбора аппроксимации на итоговое решение изучено в [6]. В качестве первого приближения примем линейную связь $H_d = \varphi(\rho)$ в виде

$$\begin{aligned} H_d(x) &= A\rho(x) + B, \quad (7) \\ A &= (H_2 - H_1) / (\rho_2 - \rho_1), \\ B &= (H_1\rho_2 - H_2\rho_1) / (\rho_2 - \rho_1). \end{aligned}$$

2. Влияние вязкости

Следует отметить, что вязкость обычно учитывается в физических уравнениях в виде зависимости предела текучести от скорости деформации. Таким образом, необходимо изучить характер этой зависимости и найти ее связь с коэффициентом вязкости k_v .

Анализ экспериментальных данных [7] о влиянии скорости деформации на сопротивление металлов деформации позволяет сформулировать следующие свойства.

Свойство 1. Влияние скорости деформации $\dot{\epsilon}$ (коэффициента вязкости) на предел текучести металлов σ_s отличается в различных характерных диапазонах скоростей деформаций.

Свойство 2. В диапазоне квазистатического (динамического) нагружения ($\dot{\epsilon} = 10^2 - 10^3 \text{ с}^{-1}$) влияние меньше, чем при переходе к ударному диапазону ($\dot{\epsilon} = 10^4 - 10^5 \text{ с}^{-1}$).

Свойство 3. При очень высоких скоростях деформирования (более $\dot{\epsilon} = 10^5 \text{ с}^{-1}$) происходит уменьшение влияния, коэффициент вязкости практически постоянен.

Свойство 4. В классе выбранных металлов (например, стали), чем меньше квазистатический предел текучести, тем больше влияние скорости деформации. Поэтому для броневых (достаточно прочного) алюминиевого сплава коэффициент вязкости меньше, чем для мягкой стали.

Свойство 5. Если взять сплавы с относительно одинаковыми пределами текучести, то с ростом твердости (удельного веса), коэффициент вязкости будет уменьшаться.

Рассмотрим вариант линейной вязкости:

$$\sigma_s = \sigma_s^0 + \mu(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_0), \quad (8)$$

где σ_s , σ_s^0 – предел текучести при $\dot{\varepsilon}$ и $\dot{\varepsilon}_0$, соответственно; μ – коэффициент вязкости.

Из соотношения (8) получим формулу для оценки μ :

$$\mu = \frac{\sigma_s - \sigma_s^0}{\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_0}. \quad (9)$$

Например [7], для армко-железа получены следующие значения:

$$\mu \approx (80-100) \cdot 10^{-4} \text{ МПа} \cdot \text{с}.$$

Также, используя данные [7], можно получить следующие значения для стали 45:

$$\mu \approx (40-60) \cdot 10^{-4} \text{ МПа} \cdot \text{с}.$$

Аналогичный результат получен для алюминиевого сплава Д16:

$$\mu \approx 200 \cdot 10^{-4} \text{ МПа} \cdot \text{с};$$

и для стали 20:

$$\mu \approx 50 \cdot 10^{-4} \text{ МПа} \cdot \text{с}.$$

Следующий вопрос заключается в переходе от коэффициента вязкости μ к коэффициенту k_v из соотношения (3).

Отметим, что в выражении (3) последнее слагаемое по физическому смыслу не является отдельным самостоятельным слагаемым, а относится к величине динамической твердости H_d . Поэтому нужно представить динамическую твердость в виде зависимости, аналогичной (8):

$$H_d = H_d^0 + k_v v, \quad (10)$$

или в виде

$$H_d = H_d^0 + \mu \dot{\varepsilon}, \quad (11)$$

где $H_d^0 \approx H_B$ – твердость по Бринелю, зависящая от (материала) удельного веса в оптимизационной задаче.

При проникании цилиндрического ударника с конической (оживальной) головной частью диаметра d справедлива следующая приближенная оценка средней скорости деформации частиц материала в окрестности кратера:

$$\dot{\varepsilon}_{cp} \approx \frac{v}{d/2} = \frac{2v}{d}. \quad (12)$$

Сравнивая соотношения (10), (11) и (12), получим связь между коэффициентом вязкости μ и коэффициентом k_v :

$$k_v = \frac{2\mu}{d}. \quad (13)$$

Таким образом, получено соотношение (13), которое позволяет находить значение k_v по заданным механическим и геометрическим характеристикам.

Также следует отметить, что, ограничиваясь определенным классом материалов, можно предположить рост динамической твердости H_d с уменьшением k_v , например, при условии свойства 5. Такое допущение будет оправданным для класса броневых материалов. Следовательно, с учетом зависимости (7) можно предположить линейную зависимость k_v от ρ :

$$k_v(x) = A^* \rho(x) + B^*, \quad (14)$$

$$A^* = (k_v^2 - k_v^1) / (\rho_2 - \rho_1),$$

$$B^* = (k_v^1 \rho_2 - k_v^2 \rho_1) / (\rho_2 - \rho_1),$$

где коэффициент вязкости k_v убывает по мере роста плотности ρ , т.е. $A^* < 0$, $B^* > 0$.

3. Аналитическое решение задачи

Поставленную задачу оптимизации будем решать с помощью принципа максимума Понтрягина [8].

Введем фазовые координаты и сформируем динамическую оптимизационную задачу в терминах теории оптимального управления.

Перейдем к следующим переменным: $v^2 = y^1$, $L = t$. Уравнение движения (1) запишется в виде системы дифференциальных уравнений для фазовых координат

$$\begin{cases} \frac{dy^1}{dt} = -E \left(\frac{1}{2} B t^2 + \frac{1}{2} B^* t^2 \sqrt{y^1} + \dots \right. \\ \left. \dots + (A + k y^1 + A^* \sqrt{y^1}) y^2 \right), \\ \frac{dy^2}{dt} = y^3, \quad \frac{dy^3}{dt} = \rho(t), \end{cases} \quad (15)$$

где $E = \frac{4\pi \text{ tg}^2 \alpha}{M}$.

Отметим, что система (15) нелинейная в силу наличия в ней квадратного корня из переменной y^1 . Эта нелинейность обусловлена появлением в эмпирическом соотношении (3) вязкостной составляющей.

Граничные условия для системы (15):

$$\begin{cases} y^1(t=0) = y_0^1, \\ y^i(t=0) = 0, \quad i = \overline{2,3}, \\ y^1(t=t_k) = 0. \end{cases}$$

Гамильтониан системы (15) примет вид

$$h = (\psi_0 + \psi_3)\rho + \psi_2 y^3 - \psi_1 E \cdot \left(\frac{1}{2} B t^2 + \frac{1}{2} B^* t^2 \sqrt{y^1} + (A + k y^1 + A^* \sqrt{y^1}) y^2 \right).$$

Сопряженная система уравнений запишется следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_1}{dt} = \left(\frac{1}{2} B^* t^2 \frac{1}{2\sqrt{y^1}} + \left(k + A^* \frac{1}{2\sqrt{y^1}} \right) y^2 \right) E \psi_1, \\ \frac{d\psi_2}{dt} = (A + k y^1 + A^* \sqrt{y^1}) E \psi_1, \quad \frac{d\psi_3}{dt} = -\psi_2. \end{cases}$$

Условия трансверсальности и граничные условия для сопряженной системы имеют вид $\psi_0 < 0, \psi_i(t=t_k) = 0, i = \overline{2,3}$. (16)

Также нефиксированное "время" окончания процесса t_k приводит к следующему условию трансверсальности:

$$h|_{t=t_k} = \psi_0 \rho_k - \psi_1^k E \left(\frac{1}{2} B t_k^2 + A y_k^2 \right) = 0. \quad (17)$$

Введем обозначения

$$\chi(t) = E \left(k \int_0^t y^2 d\xi + \frac{1}{4} B^* \int_0^t \frac{\xi^2}{\sqrt{y^1}} d\xi + \frac{1}{2} A^* \int_0^t \frac{y^2}{\sqrt{y^1}} d\xi \right),$$

$$\Phi = \psi_0 + \psi_3. \quad (18)$$

Разрешающие соотношения для системы сопряженных уравнений с помощью обозначения (18) можно записать в более компактном виде:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= C_1 \exp(\chi(t)), \\ \psi_2 &= C_2 + C_1 E \int_0^t (A + k y^1 + A^* \sqrt{y^1}) \exp(\chi(\xi)) d\xi, \\ \psi_3 &= C_3 - C_2 t - C_1 E \int_0^t \int_0^\xi (A + k y^1 + A^* \sqrt{y^1}) \cdot \exp(\chi(\zeta)) d\zeta d\xi. \end{aligned}$$

Согласно принципу максимума для оптимальности процесса необходимо

$$h(y, \psi, \rho^{opt}) = \max_{\omega \in \Omega} h(y, \psi, \omega). \quad (19)$$

Функция Гамильтона $h(y, \psi, \rho)$ принимает следующий вид:

$$h = \Phi \rho + \Phi_1, \quad (20)$$

где Φ_1 – остаток, не зависящий от ρ .

В силу линейного характера зависимости h от ρ максимум функции h достигается на границах области допустимых управлений (6):

$$\tilde{\rho} = \begin{cases} \rho_2, & \Phi > 0 \\ \rho_1, & \Phi < 0. \end{cases}$$

Таким образом, задача определения оптимальной структуры преграды сводится к анализу поведения функции Φ . Заметим, что из (17) и первого неравенства (16) следует, что $C_1 < 0$, а тогда $\psi_1 < 0, \psi_2 > 0, \psi_3 > 0$. При этом функции ψ_2 и ψ_3 являются убывающими.

Анализ поведения функции Φ приводит к таким предварительным результатам:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dt} &= \frac{d\psi_3}{dt} = -\psi_2 < 0, \\ \Phi(t=t_k) &= \psi_0 < 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Согласно (21), функция Φ является убывающей с отрицательными значениями на конце промежутка. Это означает, что возможно существование не более одной точки переключения (рис. 2), а с тыльной стороны преграды всегда будет располагаться более легкий материал $\tilde{\rho} = \rho_1$.

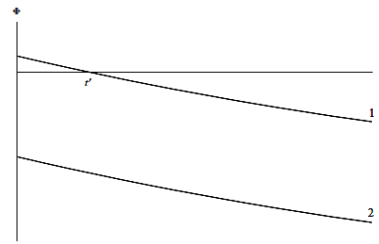


Рис. 2. Общий вид функции Φ при наличии (1) и отсутствии (2) точки переключения

Таким образом, всего возможна одна из двух структур преграды в качестве оптимальной: двухслойная с лицевым тяжелым твердым и тыльным легким мягким слоем $\tilde{\rho} = \rho_2 \cup \rho_1, \tilde{H}_d = H_2 \cup H_1$ или однослойная легкая мягкая $\tilde{\rho} = \rho_1, \tilde{H}_d = H_1$. Чтобы узнать, какая именно структура будет оптимальной, необходимо определить знак функции Φ при $t = 0$.

Для дальнейшего анализа потребуется получить решение системы дифференциальных уравнений (15). Поскольку легче оперировать соотношениями, которые соответствуют решению задачи проникания в однослойную преграду, то основным условием является

$$\Phi(t=0) = \psi_0 + C_3 < 0, \quad (22)$$

которое соответствует оптимальной однослойной преграде. Очевидно, что в случае нарушения условия (22) автоматически получается второй вариант – оптимальная двухслойная преграда.

Решение сопряженной системы уравнений с учетом условий (16) и (17) позволяет получить связь между постоянными интегрирования

$$\psi_0 = \frac{C_1 E}{\rho_k} \left(\frac{1}{2} B t_k^2 + A y_k^2 \right) \exp(\chi(t_k)), \quad (23)$$

$$C_2 = -C_1 E \int_0^{t_k} (A + k y^1 + A^* \sqrt{y^1}) \exp(\chi(\xi)) d\xi,$$

$$C_3 = -C_1 E \int_0^{t_k} (A + k y^1 + A^* \sqrt{y^1}) \xi \exp(\chi(\xi)) d\xi.$$

Отметим, что выразить из системы (15) переменную y^1 явно невозможно. Однако анализ системы (15) позволяет получить критерий для ключевого условия (22). Введем обозначение

$$I = (A + k y^1 + A^* \sqrt{y^1}) \rho_1. \quad (24)$$

Первое уравнение системы (15) в случае однослойной преграды примет следующий вид:

$$\frac{dy^1}{dt} = -E \left(H_1 + k \rho_1 y^1 + k_v^1 \sqrt{y^1} \right) \frac{t^2}{2}. \quad (25)$$

Дифференциальное уравнение (25) является уравнением с разделяющимися переменными, которое можно представить в виде

$$K(\sqrt{y^1}, g_2, g_1, g_0) = t_k^3 - t^3, \quad (26)$$

где введено обозначение

$$K(\sqrt{y^1}, g_2, g_1, g_0) = \int_0^{\sqrt{y^1}} \frac{x dx}{g_2 x^2 + g_1 x + g_0}, \quad (27)$$

где $g_2 = \frac{E k \rho_1}{12}$, $g_1 = \frac{E k_v^1}{12}$, $g_0 = \frac{E H_1}{12}$.

Интеграл K является стандартным интегралом для трехчленной модели проникания вида (3). Интеграл берется в элементарных функциях, все варианты разобраны в ра-

ботах [9–10]. Воспользуемся полученными в этих работах соотношениями:

$$K = \begin{cases} \frac{1}{2g_2} \left(\ln \frac{G}{g_0} - g_1 \omega \right), & \Delta \neq 0 \\ \frac{1}{g_2} \left(\ln \frac{\sqrt{y^1} + \beta}{\beta} - \frac{\sqrt{y^1}}{\sqrt{y^1} + \beta} \right), & \Delta = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \ln \frac{(\eta - \sqrt{-\Delta})(g_1 + \sqrt{-\Delta})}{(\eta + \sqrt{-\Delta})(g_1 - \sqrt{-\Delta})}, & \Delta < 0 \\ \frac{2}{\sqrt{\Delta}} \left(\arctg \frac{\eta}{\sqrt{\Delta}} - \arctg \frac{g_1}{\sqrt{\Delta}} \right), & \Delta > 0, \end{cases} \quad (28)$$

где $G = g_2 y^1 + g_1 \sqrt{y^1} + g_0$, $\eta = 2g_2 \sqrt{y^1} + g_1$,

$$\beta = \frac{\sqrt{g_0}}{\sqrt{g_2}}, \quad \Delta = 4g_0 g_2 - g_1^2.$$

Заметим, что между G и I существует связь, которая следует из вида первого уравнения системы (15) и (25):

$$\frac{12}{E} G = B + B^* \sqrt{y^1} + I. \quad (29)$$

Выражая I из (29) и подставляя его в последнее равенство (23) можно получить следующее выражение для $\Phi(t=0)$:

$$\Phi(t=0) = \psi_0 + C_3 = \psi_0 - W(t_k) + \frac{C_1 E}{\rho_1} \int_0^{t_k} (B + B^* \sqrt{y^1}) \xi \exp(\chi(\xi)) d\xi, \quad (30)$$

где введено обозначение

$$W(t_k) = \frac{12 C_1}{\rho_1} \int_0^{t_k} G \xi \exp(\chi(\xi)) d\xi. \quad (31)$$

Покажем, что $\psi_0 = W(t_k)$. Для этого необходимо выразить G с помощью соотношений (26) и (28) и подставить его в (31). Заметим, что в случае $\Delta = 0$ справедлива связь

$$\sqrt{y^1} + \frac{\sqrt{g_0}}{\sqrt{g_2}} = \frac{\sqrt{G}}{\sqrt{g_2}},$$

которая говорит о том, что в выражении (28) для K первое слагаемое будет одинаковым независимо от значения Δ . В таком случае соотношение для G примет вид

$$G = \frac{E H_1}{12} e^{2g_2(t_k^3 - t^3) + \omega_1},$$

$$\omega_1 = \begin{cases} 2 \frac{\sqrt{g_2}}{\sqrt{G}} \sqrt{y^1}, & \Delta = 0 \\ g_1 \omega, & \Delta \neq 0. \end{cases} \quad (32)$$

Заметим, что, несмотря на условный характер функции ω_1 при любых значениях Δ справедлива цепочка равенств

$$\begin{aligned} \omega_1 &= g_1 \int_{t_k}^t \frac{1}{G} \frac{1}{2\sqrt{y^1}} \frac{dy^1}{d\xi} d\xi = \\ &= -3g_1 \int_{t_k}^t \frac{\xi^2}{\sqrt{y^1}} d\xi, \end{aligned} \quad (33)$$

где последнее равенство в (33) получено с применением соотношения (25) и обозначения для G .

Подставим полученные связи (32) и (33) в интеграл (31), а также используем обозначения для g_1 и $\chi(t)$, в итоге получим

$$W(t_k) = \frac{C_1 E}{\rho_1} H_1 \exp(\chi(t_k)) \int_0^{t_k} \xi d\xi.$$

Очевидно, что полученное значение интеграла $W(t_k)$ в случае однослойной преграды совпадает со значением ψ_0 из соотношений (23). Принимая во внимание последние рассуждения и справедливость неравенства $C_1 < 0$, приходим к основной связи для определения знака функции Φ в точке $t = 0$.

$$\Phi(t=0) \approx - \int_0^{t_k} (B + B^* \sqrt{y^1}) \xi \exp(\chi(\xi)) d\xi. \quad (34)$$

Знак функции будет зависеть от выражения, стоящего в круглых скобках, поэтому в этом выражении находятся основные параметры, влияющие на ключевое условие (22), и, следовательно, на выбор оптимальной конструкции преграды.

Исходя из анализа поведения функции Φ , можно сделать ряд качественных выводов.

Вывод 1. Если пренебречь вязкостью $B^* = 0$, то получается тот же критерий оптимальной структуры преграды, который был получен ранее [3] в рамках базовой постановки с учетом классической модели (2). Согласно этому критерию выбор в пользу определенной оптимальной структуры осуществляется с помощью знака параметра B .

Вывод 2. Поскольку $B^* \sqrt{y^1} > 0$, то в случае $B > 0$ условие (22) выполняется, что соответствует оптимальной однослойной преграде. Заметим, что в работе [3] условие $B > 0$ также соответствовало однослойной преграде в качестве оптимальной.

Вывод 3. Поскольку второе слагаемое в выражении, стоящем в круглых скобках в (34), достигает максимума при $t = 0$, то в случае $B < -B^* \sqrt{y_0^1}$ подынтегральное выражение будет меньше нуля и можно однозначно утверждать, что условие (22) будет нарушаться. Этот вариант соответствует оптимальной двухслойной структуре преграды с лицевым тяжелым твердым и тыльным легким мягким слоем.

Вывод 4. В случае $-B^* \sqrt{y_0^1} < B < 0$ возможна как однослойная, так и двухслойная преграда в качестве оптимальной. Причем граница между областями оптимальных однослойных и двухслойных плит определяется параметром B , который связан прямо пропорционально с коэффициентом B^* (рис. 3). Также этот параметр прямо зависит от величины начальной скорости удара $\sqrt{y_0^1}$, и, следовательно, от конечной толщины преграды t_k .

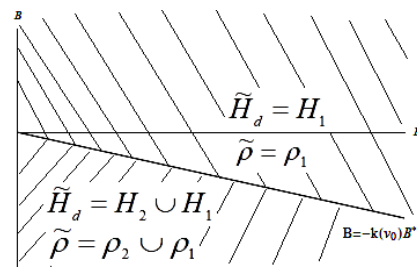


Рис. 3. Области оптимальных структур плиты в пространстве параметров B и B^*

В качестве итогового вывода отметим, что случае $B < 0$ возможен качественно новый результат по сравнению с базовой постановкой оптимизационной задачи [3]. Согласно [3] в случае $B < 0$ оптимальной является двухслойная плита, однако новый результат свидетельствует о том, что влияние вязкости увеличивает область оптимальных однослойных преград относительно оптимальных двухслойных.

Заключение

В работе представлена новая постановка задачи поиска оптимального распределения механических характеристик по толщине неоднородной слоистой плиты с учетом влияния вязкости на сопротивление ударному прониканию. Настоящее исследование является развитием работ [1–3] – с привлечением

изложенной ранее методики решения на базе принципа максимума Понтрягина, изучено влияние эффекта вязкости на оптимальную структуру преграды. Полученные результаты свидетельствуют о качественном влиянии вязкостных эффектов на итоговое решение по сравнению с базовой постановкой задачи проникания, впервые приведенной в [3]. Показано, что на границу разделения оптимальных двухслойных и однослойных плит влияет ряд таких параметров, как коэффициент вязкости, начальная скорость удара, толщина плиты.

Список литературы

1. Антуков В.Н., Хасанов А.Р. Оптимальное торможение жесткого цилиндра неоднородной преградой при ударе по нормали с учетом трения // Вестник Пермского университета. Механика. Математика. Информатика. 2011. Вып. 3(7). С. 19–27.
2. Антуков В.Н., Хасанов А.Р. Оптимизация параметров слоистых плит при динамическом проникании жесткого индентора с учетом трения и ослабляющего эффекта свободных поверхностей // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2014. № 2. С. 48–75.
3. Антуков В.Н., Петрухин Г.И., Поздеев А.А. Оптимальное торможение твердого тела неоднородной пластиной при ударе по нормали // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1985, №1. С. 165–170.
4. Витман Ф.Ф., Степанов В.А. Влияние скорости деформирования на сопротивление деформированию материалов при скоростях удара 10^2 – 10^3 м/с / В кн.: Некоторые проблемы прочности твердого тела. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 207–221.
5. Антуков В.Н., Мурзакаев Р.Т., Фонарев А.В. Прикладная теория проникания. М.: Наука, 1992. 104 с.
6. Антуков В.Н. Оптимальная структура неоднородной пластины с непрерывным распределением свойств по толщине // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1985. № 3. С. 149–152.
7. Степанов Г.В. Упруго-пластическое деформирование и разрушение материалов при импульсном нагружении. Киев: Наукова думка, 1991.
8. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.М., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969. 384 с.
9. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Applied High-Speed Plate Penetration Dynamics // Springer. Dordrecht, 2006.
10. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. High-Speed Penetration Dynamics // Engineering Models and Methods, 2013.

Optimal braking of a rigid conical impactor by a layered shield at normal impact with viscous effects

A. R. Khasanov

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia
artur_raisovich@rambler.ru; 8 (342) 2-396-345

In a number of previous investigations [1–3] in the field of impact-penetration interaction, the problem of determining the minimum areal density of a layered shield was considered. The influence of the different penetration conditions on the optimal structure of the layered shield was researched, in particular friction, the weakening effect of the free surfaces of the plate, geometric factors (different shapes of impactors). The previous results lead to the conclusion that in the optimal structure of the shield the layers are located in the descending order of the density. In this paper, a new formulation of the optimization problem based on the modernized empirical model by F.F. Vitman and V.A. Stepanov taking into account the viscosity effect for conical impactors is investigated. This paper shows that viscosity has a qualitative effect on the optimal shield structure versus the base formulation of the problem by [3].

Keywords: layered shield; minimum areal density; Pontryagin's maximum principle; empirical model by Vitman and Stepanov; viscosity.