УДК 530.12:531.551

Эволюция космологической модели с вращением с метрикой типа II по Бьянки

В. Ф. Панов, Д. М. Янишевский
Пермский государственный национальный исследовательский университет
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15
panov@psu.ru; 89058630678

Построена космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа II по Бьянки. Модель описывает фридмановский этап эволюции Вселенной с последующим переходом к ускоренному экспоненциальному расширению, наблюдаемому в современную эпоху. Источником гравитационного поля в данной космологической модели являются ультрарелятивистское вещество, пыль и сопутствующая анизотропная вращающаяся темная энергия.

Ключевые слова: *ускоренное космологическое расширение; пылевидная материя; темная энергия.*

DOI: 10.17072/1993-0550-2017-4-53-56

Введение

Согласно наблюдений телескопа "Планк", статистическая значимость аномалии – глобальной анизотропии – остается низкой и результаты телескопа "Планк" полностью удовлетворяют Стандартной космологической ΛCDM – модели [1]. Так что на данный момент общепринятая точка зрения состоит в том, что наша Вселенная однородна и изотропна.

Однако известны астрономические наблюдения, которые могут свидетельствовать в пользу крупномасштабных отклонений от изотропии в наблюдаемой Вселенной.

Первый тип наблюдений касается исследования векторов поляризации электромагнитного излучения, пришедшего от далеких квазаров [2]. Оказалось, что вектора поляризации ориентированы не случайным образом, а имеют преимущественное направление [2]. Причем это направление явно проявляется для тех векторов, которые соответствуют достаточно удаленным квазарам.

Второй тип наблюдений связан с так называемыми спиральными галактиками. Согласно последнему анализу [3], в одной части небесной сферы преобладают влево закрученные галактики, в другой части – закрученные вправо. На основе этой асимметрии была найдена выделенная ось в пространстве. Укажем здесь, что есть особый тип анизотропии в 4-мерном пространстве – это анизотропия, обусловленная космологическим вращением. Поэтому в современной космологии сохраняют актуальность исследования возможного вращения Вселенной. Укажем некоторые из работ, посвященных космологическому вращению [4, 5, 6, 7].

В данных работах рассматриваются следующие космологические метрики: обобщение метрики Гёделя, метрики типов II, VIII по Бьянки, и используются различные источники тяготения. При теоретическом моделировании космологического вращения целесообразно использовать метрики различных типов по Бьянки, которые не противоречат наблюдательным данным.

Отметим, что в современной космологии весьма актуально исследование темной энергии (неизвестной субстанции, которая приводит к ускоренному космологическому расширению), а также темной материи [8, 9].

В данной работе в рамках общей теории относительности построен космологический сценарий с вращением на основе метрики типа II по Бьянки вида

$$ds^2 = dt^2 - 2R(t)\sqrt{b}e^{(1)}dt - - R^2(t)\left[A\left(e^{(1)}\right)^2 + \left(e^{(2)}\right)^2 + \left(e^{(3)}\right)^2\right] \quad (1)$$

где

$$A, b - const, A > 0, b > 0,$$

$$e^{(1)} = dx - zdy, e^{(2)} = dy, e^{(3)} = dz.$$

Источниками гравитации являются 3 жидкости с соответствующими уравнениями состояния.

Построенная космологическая модель отлична от ранее найденных космологических решений для метрики (1).

Нестационарная космологическая модель с вращением

Итак, будем искать для метрики (1) космологическое решение уравнений тяготения Эйнштейна, записанных в тетрадной форме

$$R_{ik} - \frac{1}{2}\eta_{ik}R = \aleph T_{ik}. \qquad (2)$$

У нас используется лоренцевая тетрада и выбрано $\aleph = 1, c = 1$.

Тензор энергии – импульса сопутствующей анизотропной жидкости в тетрадном представлении имеет вид

$$T_{ik}^{(1)} = (\pi + \rho)\tilde{\tilde{u}}_i\tilde{\tilde{u}}_k + (\sigma - \pi)\chi_i\chi_k - \pi\eta_{ik}, \qquad (3)$$

где π, σ – компоненты давления анизотропной жидкости, ρ – плотность энергии анизотропной жидкости, χ_i={0,1,0,0} – тетрадные компоненты пространственноподобного вектора анизотропии, $\tilde{\tilde{u}}^i = \delta_0^i$ – вектор 4-мерной скорости сопутствующей анизотропной жидкости в проекции на тетраду.

Тензор энергии – импульса несопутствующей идеальной пылевидной жидкости

$$T_{ik}^{(2)} = \varepsilon u_i u_k, \qquad (4)$$

где ε – плотность пыли, u_i – тетрадные компоненты ее скорости.

Тензор энергии – импульса несопутствующей идеальной ультрарелятивистской жидкости

$$T_{ik}^{(3)} = (\varepsilon_1 + p)\tilde{u}_i\tilde{u}_k - p\eta_{ik} = \frac{4}{3}\varepsilon_1\tilde{u}_i\tilde{u}_k - \frac{\varepsilon_1}{3}\eta_{ik},$$

$$\left(p = \frac{\varepsilon_1}{3}\right), \qquad (5)$$

где ε_1 – плотность энергии, p – давление, $\tilde{u}_i$ – четырехмерная скорость данной жидкости.

В системе уравнений Эйнштейна (2)

$$T_{ik} = T_{ik}^{(1)} + T_{ik}^{(2)} + T_{ik}^{(3)}. \qquad (6)$$

Из закона сохранения тензора энергии – импульса и отсутствия взаимодействия между данными жидкостями следует, что ковариантная 4-мерная дивергенция должна быть равна нулю для каждого из слагаемых в (6).

Это приводит к следующим условиям (в координатной форме):

$$T^{\mu\nu(1)}_{;\nu} = 0, \qquad (7)$$

$$T^{\mu\nu(2)}_{;\nu} = 0. \qquad (8)$$

Из уравнений (7) и (8) получено

$$u_i = \tilde{u}_i = \left(\frac{\sqrt{A+b}}{\sqrt{A}}; \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{A}}; 0; 0\right), \qquad (9)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{R^4}, (\tilde{\varepsilon}_0 > 0), \qquad (10)$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{R^3}, (\varepsilon_0 > 0), \qquad (11)$$

здесь $\varepsilon_0, \tilde{\varepsilon}_0 - const.$

Законы (10) и (11) соответствуют зависимостям плотностей энергии от масштабного фактора во фридмановских космологических моделях.

Система уравнений (2) с учетом (3)–(9) примет вид

$$\frac{-8\ddot{R}Rb + 12\dot{R}^2A + 8\dot{R}^2b - A^2 + Ab + 2b^2}{4R^2(A+b)} =$$

$$= \varepsilon u_0^2 + \frac{4}{3}\varepsilon_1\tilde{u}_0^2 - \frac{\varepsilon_1}{3} + \rho,$$

$$\frac{-\sqrt{b}\left(4\ddot{R}R - 4\dot{R}^2 - A - b\right)}{2R^2\sqrt{A+b}} =$$

$$= \varepsilon u_0 u_1 + \frac{4}{3}, \qquad (12)$$

$$\frac{-8\ddot{R}RA - 8\ddot{R}Rb - 4\dot{R}^2A + 8\dot{R}^2b + 3A^2 + 5Ab + 2b^2}{4R^2(A+b)} =$$

$$= \varepsilon u_1^2 + \frac{4}{3}\varepsilon_1\tilde{u}_1^2 + \frac{\varepsilon_1}{3} + \sigma,$$

$$\frac{-8\ddot{R}RA - 4\dot{R}^2A - A^2 - Ab}{4R^2(A+b)} = \frac{\varepsilon_1}{3} + \pi.$$

Из этой системы с учетом (10) и (11) получено

$$t = \int \frac{\sqrt{6}RdR}{\sqrt{6\tilde{c}R^4 - 6\alpha R^2 + 4\beta R + 3\gamma}}, \qquad (13)$$

$$\alpha = \frac{A+b}{4}; \beta = \frac{\tilde{\varepsilon}(A+b)}{2A}; \gamma = \frac{2\tilde{\varepsilon}_1(A+b)}{3A},$$

$$\tilde{c} = const.$$

Интеграл (13) не выражается в элементарных функциях, однако можно качественно исследовать решения на различных космологических стадиях.

Космологическое вращение у нас понимается как вращение поля 4-мерной скорости жидкости. Ввиду того, что в нашей модели вращается только темная энергия (моделируемая анизотропной жидкостью), будем "сохранять" ее на всех стадиях, в то время как на стадии преобладания ультрарелятивистского вещества положим в системе (12) $\varepsilon = 0, \varepsilon_1 = \dfrac{\tilde{\varepsilon}_0}{R^4}$, а на стадии доминирования пылевидной материи будем пренебрегать ультрарелятивистским веществом: $\varepsilon_1 = 0, \varepsilon = \dfrac{\varepsilon_0}{R^3}$.

Стадия преобладания ультрарелятивистского вещества

Считая, что на данной стадии: $\varepsilon = 0, \varepsilon_1 = \dfrac{\tilde{\varepsilon}_0}{R^4}$, из (12) можно получить

$$\pi = \frac{-3A\tilde{c}}{A+b}, \tilde{c} > 0,$$

$$\rho = \frac{3A\tilde{c}R^2 - A(A+b)}{R^2(A+b)}, \qquad (14)$$

$$\sigma = \frac{-3A\tilde{c}R^2 + A(A+b)}{R^2(A+b)},$$

Уравнения состояния анизотропной жидкости для разных компонент давления имеют вид

$$\pi + \rho = -\frac{A}{R^2}, \ \sigma + \rho = 0. \qquad (15)$$

При этом R=R(t) удовлетворяет уравнению:

$$\ddot{R}R^3 - \dot{R}^2R^2 - \alpha R^2 + \beta_1 = 0, \qquad (16)$$

где

$$\alpha = \frac{A+b}{4}; \beta_1 = \frac{2\tilde{\varepsilon}_0(A+b)}{3A}. \qquad (17)$$

Решение уравнения (16) дает

$$t = \int \frac{\sqrt{2}RdR}{\sqrt{2\tilde{c}R^4 - 2\alpha R^2 + \beta_1}}. \qquad (18)$$

На стадии доминирования ультрарелятивистского вещества, считаем, что

$$\varepsilon = 0, \varepsilon_1 = \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{R^4}, \varepsilon_1 >> \rho.$$

У нас

$$\rho = \frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{A}{R^2}, \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{\mathrm{R}^4} >> \frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{A}{R^2}. \qquad (19)$$

Будем полагать, что

$$\frac{3A\tilde{c}}{A+b} >> \frac{A}{R^2}. \qquad (20)$$

Тогда из (18) имеем

$$t = \sqrt{\frac{3A}{2(A+b)}} \int \frac{\sqrt{2}RdR}{R^2\sqrt{\frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{3A}{4R^2} + \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{R^4}}}, \qquad (21)$$

и можно получить

$$t \approx \sqrt{\frac{3A}{(A+b)\tilde{\varepsilon}_0}} \cdot \int RdR. \qquad (22)$$

В итоге на стадии доминирования ультрарелятивистского вещества имеем $R \sim \sqrt{t}$.

Стадия преобладания пылевидного вещества

Считая, что на данной стадии $\varepsilon_1 = 0, \varepsilon = \dfrac{\varepsilon_0}{R^3}$, из (12) можно получить

$$\pi = \frac{-3A\tilde{c}}{A+b}, \tilde{c} > 0,$$

$$\rho = \frac{3A\tilde{c}R^2 - A(A+b)}{R^2(A+b)}, \qquad (23)$$

$$\sigma = \frac{-3A\tilde{c}R^2 + A(A+b)}{R^2(A+b)}.$$

Уравнения состояния анизотропной жидкости для разных компонент давления имеют вид (15) и в этом случае.

При этом R(t) удовлетворяет уравнению:

$$\ddot{R}R^2 - \dot{R}^2R - \alpha R + \beta = 0, \qquad (24)$$

где

$$\alpha = \frac{A+b}{4}; \beta = \frac{\varepsilon_0(A+b)}{2A}. \qquad (25)$$

Решение уравнения (24) дает

$$t = \int \frac{\sqrt{3R}dR}{\sqrt{3\tilde{c}R^3 - 3\alpha R + 2\beta}}. \qquad (26)$$

На стадии доминирования пылевидного вещества считаем, что

$$\varepsilon_1 = 0, \varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{R^3}, \varepsilon >> \rho.$$

У нас сейчас

$$\rho = \frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{A}{R^2}. \qquad (27)$$

Пусть

$$\frac{3A\tilde{c}}{A+b} >> \frac{A}{R^2},\ \frac{\varepsilon_0}{\mathrm{R}^3} >> \frac{3A\tilde{c}}{A+b}. \qquad (28)$$

Тогда из (26) имеем

$$t = \sqrt{\frac{A}{A+b}} \cdot \int \frac{\sqrt{3}dR}{R\sqrt{\frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{3A}{4R^2} + \frac{\varepsilon_0}{R^3}}} \qquad (29)$$

и можно получить

$$t \approx \sqrt{\frac{3A}{(A+b)\varepsilon_0}} \cdot \int \sqrt{R}dR. \qquad (30)$$

В итоге на стадии доминирования пылевидной материи: $R \sim t^{2/3}$.

Стадия доминирования темной энергии

Считая, что на данной стадии $\varepsilon_1 = 0, \varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{R^3}$ и $\rho >> \varepsilon$, имеем

$$\rho - \varepsilon = \frac{3A\tilde{c}}{A+b} - \frac{A}{R^2} - \frac{\varepsilon_0}{R^3} >> 0. \qquad (31)$$

Тогда из (29) получим

$$t \approx \frac{1}{\sqrt{\tilde{c}}} \cdot \int \frac{dR}{R} = \frac{1}{H}\int \frac{dR}{R}. \qquad (32)$$

Тогда $R \sim e^{Ht}, \left(\mathrm{H} = \sqrt{\tilde{\mathrm{c}}}\right).$

Заключение

Кинематические параметры анизотропной жидкости (темной энергии) в нашей модели имеют вид:

расширение $\Theta = \dfrac{3\dot{R}}{R}$,

вращение $\omega = \dfrac{\sqrt{b}}{2R}$,

ускорение $a = \dfrac{\sqrt{b}\dot{R}}{\sqrt{A+bR}}$.

Сдвиг отсутствует. Параметр расширения пылевидной жидкости у нас равен $\tilde{\Theta} = \dfrac{3\sqrt{A}\dot{R}}{\sqrt{A+bR}}$, вращение, и сдвиг, и ускорение для пыли отсутствуют. Таким образом, наша модель описывает фридмановский этап эволюции Вселенной с последующим переходом к ускоренному экспоненциальному расширению.

Список литературы

1. *Новости* физики в сети INTERNET, УФН. Т. 183. 2013. С. 496.
2. *Payez A., Cudell J.R. and Hutsemekers D.,* astro-ph/1204.6614v1. 2012.
3. *Michael J. Longo,* astro-ph/1104.2815. 2011.
4. *Кречет В.Г.* Известия вузов. Физика. № 3. 2005. С 3–6.
5. *Бобровских Е.И., Панов В.Ф.* Известия вузов. Физика. № 4. 2012. С. 113–114.
6. *Kuvshinova E.V., Pavelkin V.N., Panov V.F. et al.* Gravitation and Cosmology. Vol. 20. 2014. С. 141–143.
7. *Kuvshinova E.V., Panov V.F., Sandakova O.V.* Gravitation and Cosmology. Vol. 20. 2014. С. 138–140.
8. *Черепащук А.М.* УФН. Т. 183. 2013. С. 535–556.
9. *Долгов А.Д.* УФН. Т. 184. 2014. С. 211–221.

Evolution of a Bianchi type II cosmological model with rotation

V. F. Panov, D. M. Yanishevskiy

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia

panov@psu.ru; 89058630678

A Bianchi type II cosmological model with rotation and expansion has been built. The model describes the Friedmannian stage of the Universe evolution with a following transition to accelerated exponential expansion, observed nowadays. The gravitational sources of the model are ultrarelativistic matter, dust and co-moving anisotropic rotating dark energy.

Keywords: *cosmological expansion with acceleration; dust-like matter; dark energy.*