

УДК 004.9

Вероятностный анализ оптимальных композитных оболочек

А. Ш. Кусяков

Пермский государственный национальный исследовательский университет
Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15
kusyakov@psu.ru; 89026354772

Приведен алгоритм вероятностного анализа оптимального проекта цилиндрической оболочки из композитного материала, находящейся под действием сжимающих нагрузок. При построении оптимального проекта оболочки использован метод разбиения области нагрузок на ряд подобластей, в каждой из которых активна только определенная группа ограничений.

Ключевые слова: композит; оболочка; оптимизация; устойчивость; прочность; вероятность.

DOI: 10.17072/1993-0550-2017-4-43-46

Введение

Проблема оптимизации композитных конструкций исследовалась многими российскими и зарубежными авторами. Наиболее значимые результаты представлены в работах следующих авторов: В.Н. Бакулина [1], Н.В. Баничука [2], П.А. Зиновьева [3], Ю.В. Немировского [13], Ю.М. Почтмана [14], Р.Б. Рикардса [15], А.А. Смердова [16], Г.А. Тетерса [17], К.К. Чамиса [18] и др.

Объектами исследований служили многослойные оболочки и пластины, подверженные действию сжимающих или растягивающих нагрузок. Для решения задач оптимизации, как правило, использовались методы нелинейного математического программирования. Методы оптимизации для типовых конструкций (цилиндрические оболочки и прямоугольные пластины), не требующие применения методов нелинейного математического программирования, приведены в работах [4–8, 11–12]. В целом проблема оптимизации композитных конструкций изучена достаточно полно.

Характерной особенностью конструкций из композитных материалов является разброс физических характеристик исходного материала. Поэтому значительный интерес представляет анализ устойчивости модельных

оптимальных решений относительно вариаций физических характеристик материала конструкции.

1. Построение оптимального проекта

Рассматривается композитная цилиндрическая оболочка радиусом R и длиной L , полотно которой образовано укладкой продольных и поперечных слоев. Предполагается, что оболочка находится под действием осевой сжимающей нагрузки q (рис.1).

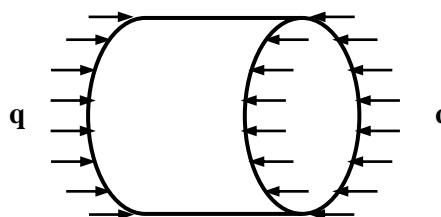


Рис. 1. Оболочка, сжатая вдоль образующих

Основным структурным элементом многослойной оболочки является монослой. Он состоит из параллельно уложенных волокон, связанных между собой полимерным связующим – матрицей.

Введем обозначения: E_1, E_2 – модули Юнга монослоя вдоль и поперек волокон соответственно; ν_{12}, ν_{21} – коэффициенты Пуас-

сона монослоя $\left(\nu_{21} = \frac{\nu_{12} E_2}{E_1} \right)$; G_{12} – модуль

сдвига в плоскости монослоя. На практике эти характеристики определяются экспериментально.

По известным упругим характеристикам можно вычислить компоненты матрицы жесткости b_{11} , b_{22} , b_{12} и b_{66} монослоя в главных осях

$$b_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad b_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$

$$b_{12} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad b_{66} = G_{12}.$$

Обозначим через θ_0 и θ_{90} – относительные содержания продольных и поперечных слоев соответственно ($\theta_0 + \theta_{90} = 1$). Компоненты матрицы жесткости многослойного пакета, с учетом введенных обозначений, можно представить в виде:

$$A_{11} = b_{11}\theta_0 + b_{22}\theta_{90},$$

$$A_{22} = b_{22}\theta_0 + b_{11}\theta_{90},$$

$$A_{12} = b_{12}, \quad A_{66} = b_{66}.$$

При построении оптимального воспользуемся методом разбиения на характерные подобласти [4]. В соответствии с этим методом область действующих нагрузок разбивается на три подобласти:

- 1) $0 < q \leq q_{1,2}$;
- 2) $q_{1,2} < q < q_{2,3}$;
- 3) $q \geq q_{2,3}$.

В первой подобласти ($0 < q \leq q_{1,2}$) оболочка работает только на устойчивость, во второй – ($q_{1,2} < q < q_{2,3}$) – на устойчивость и прочность, в третьей – ($q > q_{2,3}$) – только на прочность.

Рассмотрим случай, когда величина действующей нагрузки находится в первой подобласти. Тогда оптимальный проект представляет собой многослойную оболочку, состоящую из одинакового числа продольных и поперечных слоев:

$$\theta_0 = 0,5; \quad \theta_{90} = 0,5.$$

Масса G оптимального проекта вычисляется по формуле [4]:

$$G = 2\pi RL\rho \sqrt{\frac{qR\sqrt{3}}{\sqrt{2A_{66}(\sqrt{A_{11}A_{22}} + A_{12})}}},$$

где ρ – плотность материала оболочки.

2. Вероятностный анализ

Исследуем влияние разброса физических характеристик на массу оптимального проекта. Для решения этой задачи воспользуемся пакетом ANSYS. В этом пакете имеется подсистема Probabilistic Design, позволяющая, в частности, проводить вероятностный анализ различных типов конструкций.

Алгоритм вероятностного анализа типовой конструкции в ANSYS состоит из следующих этапов [10]:

1. Создание файла анализа. Этот файл должен содержать описание параметрической модели конструкции, оптимальной с точки зрения детерминированного подхода.

2. Вход в подсистему Probabilistic Design и открытие файла анализа. Для входа в систему используется слэш-команда /PDS. Открытие файла осуществляется по команде PDANL.

3. Задание входных и выходных параметров вероятностного анализа. Входными параметрами могут служить, в частности, упругие характеристики материала оболочки. В качестве выходных параметров могут выступать любые интересующие исследователя величины: прогибы, напряжения, критические нагрузки, масса и т.д. Для задания входных и выходных параметров используется команда PDVAR.

4. Выбор метода анализа. В подсистеме Probabilistic Design реализовано два метода вероятностного анализа: метод анализа поверхности отклика и метод Монте-Карло. Выбор метода осуществляется по команде PDMETH.

5. Выполнение вероятностного анализа. Для выполнения вероятностного цикла анализа служит команда PDEXE.

6. Просмотр и анализ результатов. Для просмотра и анализа результатов вероятностного анализа в графической форме обычно используется команда PDSHIS.

Приведем пример программы на языке APDL, реализующий данный алгоритм.

```
! Создание файла анализа shell.txt
/Prep7
! Радиус и длина оболочки
```

```

R=0.25
L=0.5
! Упругие характеристики материала
E1=140e9
E2=7e9
G12=2.75e9
v12=0.24
v21=v12*e2/e1
! Относительное содержание слоев
ET=0.5
! Матрица жесткости однонаправленного слоя
B11=E1/(1-v12*v21)
B22=E2/(1-v12*v21)
B12=v12*E2/(1-v12*v21)
B66=G12
! Матрица жесткости многослойного пакета
A11=B11*ET+B22*(1-ET)
A22=B22*ET+B11*(1-ET)
A12=B12
A66=B66
! Плотность исходного материала
R0=1450
! Заданная нагрузка
q=1e6
! Целевая функция
PI=3.1415927
K=2*PI*R*L*RO
K1= Q*R*SQRT(3)
K2= sqrt(2*A66*(SQRT(A11*A22)+A12))
G= K*sqrt(K1/K2)
! Загрузка файла анализа
/input, shell, txt
! Вход в модуль вероятностного анализа
/PDS
! Открытие файла анализа
PDANL, shell, txt
! Входные параметры
PDVAR, E1, GAUS, 140E9, 20E9
PDVAR, E2, GAUS, 7E9, 0.35E9
PDVAR, G12, GAUS, 2.7E9, 0.135E9
PDVAR, V12, GAUS, 0.24, 0.012
PDVAR, RO, UNIF, 1400, 1500
! Выходной параметр
PDVAR, G, RESP
! Выбор метода (Монте-Карло)
PDMETH, MCS, LHS
! Выполнение анализа
PDEXE, DEMO
! Вывод результатов
PDSHIS, DEMO, G, MEAN, 0.95
    
```

В этом примере варьируются все упругие характеристики и плотность материала оболочки. Предполагается, что упругие характеристики имеют распределение Гаусса, а

плотность – равномерное распределение в заданном интервале. Выходным параметром служит масса конструкции.

Результаты вероятностного анализа представлены ниже (рис. 2).

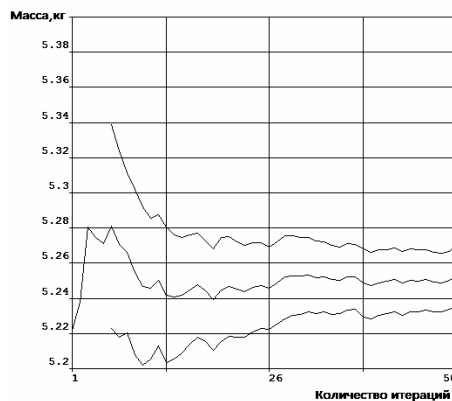


Рис. 2. Результаты вероятностного анализа

На рисунке показано изменение среднего значения и границ доверительного интервала массы оптимального проекта в зависимости от числа итераций. На последних итерациях все значения ординат практически не изменяются, что говорит об устойчивости оптимального проекта относительно вариаций директивных параметров.

Заключение

Данный алгоритм без труда можно обобщить и на более сложные проекты композитных оболочек (многослойные оболочки, содержащие не только продольные и поперечные слои, но и спиральные, а также оболочки, подкрепленные заполнителем или ребрами жесткости).

Список литературы

1. Бакулин В.Н., Гусев Е.Л., Марков В.Г. Методы оптимального проектирования и расчета композиционных конструкций. В 2 т. Т.1. Оптимальное проектирование конструкций из композиционных и традиционных материалов. М.: Физматлит, 2008. 256 с.
2. Баничук Н.В., Кобелев В.В., Рикардс Р.Б. Оптимизация элементов конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 224 с.
3. Зиновьев П.А., Смердов А.А. Оптимальное проектирование композитных материалов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 103 с.

4. *Кусяков А.Ш.* Оптимизация тонкостенных композитных оболочек, работающих на устойчивость и прочность // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы: межвуз. сб. науч. тр. Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 2012. Вып. 44. С. 49–58.
5. *Кусяков А.Ш.* Алгоритм проектирования подкрепленных композитных пластин // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2013. Вып. 4(23). С. 34–38.
6. *Кусяков А.Ш.* Проектирование тонких пластин, работающих на устойчивость и прочность // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы: межвуз. сб. науч. тр. Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 2013. Вып. 45. С. 30–38.
7. *Кусяков А.Ш.* Алгоритмы оптимального проектирования гладких и подкрепленных пластин и оболочек // Наука и образование в XXI веке: сб. науч. тр. по материалам Междунар. науч.-практ. конф. 31 октября 2014 г.: Ч. 9. Тамбов, 2014. С. 67–68.
8. *Кусяков А.Ш.* Проектирование композитных трехслойных пластин // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы: межвуз. сб. науч. тр. Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 2014. Вып. 46. С. 46–52.
9. *Кусяков А.Ш.* Вероятностный анализ тонкостенных пластин из композитного материала // Теоретические и прикладные вопросы науки и образования: сб. науч. тр. по материалам Междунар. науч.-практ. конф. 31 января 2015 г.: Ч. 16. Тамбов, 2015. С. 71–73.
10. *Кусяков А.Ш.* Алгоритм вероятностного анализа прямоугольной пластинки из композитного материала // Теоретические и прикладные аспекты современной науки: сб. науч. тр. по материалам IX Междунар. науч.-практ. конф. 31 марта 2015 г.: Ч. I. Белгород, 2015. С. 14–16.
11. *Кусяков А.Ш.* Оптимизация типовых инженерных конструкций из композитного материала // Перспективы развития науки и образования: сб. науч. тр. по материалам Междунар. науч.-практ. конф. 28 февраля 2015 г.: Ч. 12. Тамбов, 2015. С. 86–88.
12. *Кусяков А.Ш.* Исследования в области проектирования типовых инженерных конструкций из композитного материала // Научный альманах. Тамбов, 2015. № 8 (10). С. 1129–1136.
13. *Немировский Ю.В., Янковский А.П.* Рациональное проектирование армированных конструкций. Новосибирск: Наука, 2002. 488 с.
14. *Почтман Ю.М., Шульга С.А.* Оптимизация цилиндрических композитных оболочек с учетом критической моды несовершенств // Механика композитных материалов. 1998. Т. 34, № 5. С. 613–620.
15. *Рикардс Р.Б.* Об оптимально сжатой круговой цилиндрической оболочке // Механика полимеров. 1973. № 5. С. 944–947.
16. *Смердов А.А.* Основы оптимального проектирования композитных конструкций. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 88 с.
17. *Тетерс Г.А., Рикардс Р.Б., Нарусберг В.Л.* Оптимизация оболочек из слоистых композитов. Рига: Зинатне, 1978. 240 с.
18. *Чамис К.К.* Проектирование элементов конструкций из композитов // Композиционные материалы; в 8 т. / под ред. Л. Браутмана и Р. Крока. М.: Машиностроение, 1978. Т. 8, Ч. 2. С. 214–254.

Probabilistic analysis of optimal composite shells

A. Sh. Kusiakov

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia
 kusiakov@psu.ru; 89026354772

The algorithm of probabilistic analysis of the optimal design of a cylindrical shell made of a composite material under the action of compressive loads is given. When constructing an optimal shell project, a method of dividing the load region into a number of sub-regions is used, in each of which only a certain group of constraints are active.

Keywords: composite; shell; optimization; stability; strength; probability.