

УДК 531.534

## Задачи механики XVII века как источник развития теоретической механики

**Е. В. Назаренкова, В. И. Яковлев**

Пермский государственный национальный исследовательский университет

Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15

ekaterina.nazarenkova@yandex.ru

iakovlev@psu.ru; 8 (342) 2 396 298

Во все времена люди сталкивались с необходимостью решения разнообразных практических проблем, делали попытки обобщения своих наблюдений, практического опыта для формулировки некоторых достаточно простых и убедительных выводов в качестве общих правил, законов движения и равновесия твердых тел, жидкостей, воздуха, планет, разнообразных механизмов. Формулировка новых практических и теоретических задач, отвечающих запросам тех или иных этапов развития общества, поиск новых и совершенствование уже известных методов решения этих задач является главным фактором возникновения и развития новых научных теорий. В работе показываются этапы становления современной теоретической механики в работах ученых XVII века.

**Ключевые слова:** задача; проблема; механика; ученый.

DOI: 10.17072/1993-0550-2017-2-77-82

Механика является одной из древнейших наук, которая возникала и развивалась под влиянием запросов общественной практики. Еще в доисторические времена люди создавали постройки и наблюдали движение различных тел. Многие законы механического движения и равновесия материальных тел познавались человечеством путем многократных повторений, чисто экспериментально. Этот общественно-исторический опыт, передаваемый из поколения в поколение, и был тем исходным материалом, на анализе которого развивалась механика как наука.

Возникновение и развитие механики в ранние периоды истории человечества было тесно связано с развитием техники и решением разнообразных военно-производственно-хозяйственных задач общества.

Постепенно шел процесс создания, использования и совершенствования простейших механических устройств (колесо, рычаг, наклонная плоскость, топор, лук и стрелы, блоки и полиспасты, ...) с целью облегчения и

повышения производительности труда. Это был период накопления первых представлений о свойствах технических приспособлений, о возможностях их использования. Эти первые представления были сформулированы в виде первых технических правил-наблюдений. Эти правила, констатирующие свойства, преимущества простейших механизмов, формулировались словесно. С развитием математики как выразителя всеобщих свойств нашего мира, формулировки многих правил-наблюдений получили математические выражения. Так появились первые законы равновесия рычагов, сформулированные Архимедом. К этим законам вскоре были добавлены правила-законы расчета разнообразных строительных конструкций (культовых, спортивно-развлекательных, жилищно-хозяйственных, оборонительных, транспортных средств, ...).

Начиная со времен античности осуществлялись попытки осознания общих законов устройства мира. Не только описания его картины, но и понимания сущности, причин и следствий происходящих процессов.

Важнейшим достижением Средневековья становится интерес к проблемам движения тел природы и техники. Английские, французские философы-схоласты Оксфордского и Парижского университетов формулируют простейшие свойства движущихся тел (в современных представлениях – скорость, ускорения) и дают их математическую трактовку. В качестве причины движения тел называется "импетус".

Средневековое бурное строительство городов, фортификационных и церковных сооружений, университетских центров, эпоха Великих географических открытий, появление новой картины устройства Вселенной, пушечной артиллерии, развитие ремесел привели к появлению многочисленных новых практических и теоретических проблем.

Практика ставит перед механикой XVI–XVII вв. ряд важнейших проблем, занимающих умы лучших ученых того времени. Нужно было исследовать полет снарядов, прочность кораблей, колебания маятника, удар тел, движение небесных тел.

Для решения этих и многих других задач используются уже устоявшиеся физические представления о свойствах движущихся тел, математический аппарат арифметики и геометрии и экспериментальные методы.

Одним из наиболее известных ученых конца XVI начала XVII вв. был голландский математик и механик



математик и механик **Симон Стевин** (1548–1620). Стевин известен как популяризатор использования десятичных дробей, как автор методов решения алгебраических уравнений (использовал отрицательные корни), но

еще более он известен как один из создателей современной статики и гидростатики. Стевин, используя принцип невозможности вечного движения, представил новое доказательство законов равновесия тел на наклонных плоскостях, использовал изображение сил при помощи линий, установил правило равновесия трех сходящихся сил, сформулировал закон гидростатического давления.

Размышляя о возможности существования "вечного двигателя", Стевин приводит пример ожерелья из 14 шаров, подвешенного на треугольную призму (рис. 1), и приходит к

выводу, что "вечный двигатель" невозможен. Рассматривая этот же рисунок, он пришел к выводу, что приводить к равновесию, помимо рычагов, могут еще и наклонные плоскости. Изучая равновесие на наклонных плоскостях, ученый вывел, что силу можно разложить на составляющие. Позже Ньютон использовал этот результат для формулировки правила параллелограмма сил.

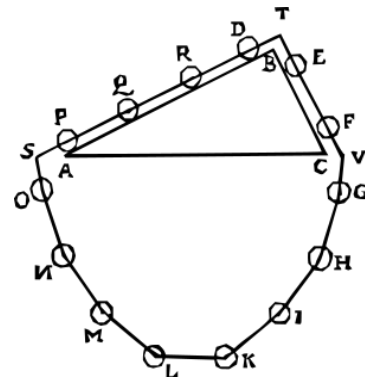


Рис. 1

Еще одним важным достижением Стевина был принцип затвердевания. "В наше время принцип затвердевания Стевина часто формулируют следующим образом: в любой жидкости в состоянии покоя, если любая часть заменена твердым телом, силы, прикладываемые остальными частями, не изменятся. Его теория ограничивается несжимаемыми тяжелыми жидкостями на поверхности плоской земли" [1, с. 226].

Стевин приходит к такому результату:

$$\text{Полный вес} = \sigma h A,$$

где  $\sigma$  – удельная масса,  $h$  – глубина, а  $A$  – площадь дна.

Именно Стевин предвосхитил опыты с падающими телами, которые прославили имя Галилея. Он написал, что два шара из свинца, один из которых в 10 раз тяжелее другого, будучи брошенными с высоты 30 футов, достигают земли одновременно.

Важным открытием Стевина является гидростатический парадокс: давление на дно сосуда зависит только от формы сосуда. Также он доказал, что в жидкости существует давление на стенки сосуда и вертикально вверх. На основе этих открытий позже Паскаль сформулировал закон: давление в любой точке жидкости одинаково во всех направлениях.

Ближайшим последователем С. Стевина был итальянский ученый **Галилео Галилей** (1564–1642). Галилей изучал движение брошенного тела и сделал заключение, что это движение является составным, состоящим из двух движений: первое – прямолинейное по инерции, второе – падение под действием силы тяжести.

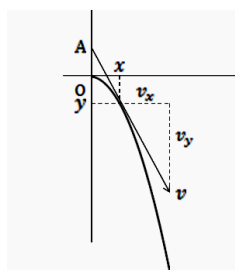
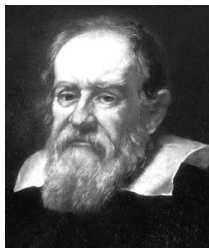


Рис. 2.

Наглядно это заключение иллюстрирует шарик, сначала катящийся по столу, а потом падающий на пол. Он считал, что траекторией падения будет парабола (рис. 2), а скорость направлена по касательной к параболе и сложена из горизонтальной  $v_x = const$  и вертикальной  $v_y(\sim t)$  составляющих. Из подобия треугольников следует:

$$y + OA = \frac{x \cdot v_y}{v_x} = \frac{v_x t \cdot v_y}{v_x} \sim t^2.$$

Галилей известен как изобретатель телескопа (1609), с помощью которого он сделал несколько сенсационных астрономических открытий. Это великое изобретение позволило Галилею увидеть, что поверхность Луны состоит из возвышенностей и впадин, открыть 4 спутника Юпитера и пятна на Солнце и многое другое. Именно Галилей сделал вывод, что земные законы и небесные явления едины и что именно движение Луны является причиной земных приливов и отливов.

Развивая идеи Стевина, Галилей получил условие равновесия тела на наклонной плоскости и высказал утверждение о равенстве сил действия и противодействия, правила сложения и разложения сил, принципы отвердевания и невозможности вечного движения, гидростатический закон Архимеда и законы давления воды на дно и стенки сосуда, закон сообщающихся сосудов.

"В динамике – это критическое комментирование физических концепций Аристотеля ...; это идея "импетуса" во всех ее вариантах, это понятие равномерного и равноускоренного движения, это задача о движении тяжелого тела" [2, с. 63].

Важнейшим достижением механики XVII в. стало открытие **Иоганном Кеплером**



(1571–1630) законов движения планет. Кеплер доказал, что планеты описывают эллипсы и вывел связь между периодами движения планет и их средними расстояниями до Солнца. Астрономические таблицы, опубликованные Кеплером, использовались

астрономами и мореплавателями более 200 лет. Решение астрономических и некоторых геометрических задач позволяет считать его одним из основателей математики переменных величин, интегрального исчисления.

Кеплер ввел понятие инерции тела – природное свойство тел сопротивляться изменению их состояния покоя или движения под действием приложенных внешних сил. К одной из важнейших сил он относил силу взаимного притяжения между телами. "Гравитацию я определяю как силу, подобную магнетизму – взаимному притяжению. Сила притяжения тем больше, чем тела ближе друг к другу". Именно Кеплер изучил хрусталик и описал причины таких недугов, как близорукость и дальзорукость.



Одним из самых выдающихся ученых XVII в. был французский философ **Рене Декарт** (1595–1650). Декарт не признавал авторитетов, не принимал на веру ничего, что не имеет доказательства.

В противовес философии Аристотеля он создал свою систему, важнейшую роль в которой играла "натуральная философия". Он утверждал, что есть три способа познания действительности: опыт, философия (логика мысли) и математика. Именно Декарту принадлежат важнейшие достижения этого века научной революции. В математике – это создание основ математического анализа и аналитической геометрии (понятия переменной величины, функции, бесконечно малой, системы координат, аналитической записи и решения алгебраических уравнений, математическая символика).

В механике – это введение понятия количества движения, закона сохранения количества движения, верная формулировка законов инерции, равенства действия-противодействия и первая формулировка будущего

второго закона Ньютона. Его попытки построения теории удара тел оказались неудачными, так как тогда еще не существовало представления о векторных свойствах скорости и количества движения.

Одним из первых математиков, которые занимались анализом бесконечно малых, был один из основателей Лондонского Королевского общества **Джон Уоллис** (1616–1703). Он вычислил определенные интегралы от степеней с рациональными показателями и от некоторых других функций. В трехтомном трактате "Механика или геометрический трактат о движении" (1669–1671), наиболее полно отражавшем состояние механики доньютоновского периода, Уоллис ввел многие понятия и сформулировал законы неупругого удара, основываясь на таких принципах, что если сила  $v$  перемещает вес  $P$  за время  $T$  на расстояние  $L$ , то сила  $mv$  переместит вес  $mP$  за время  $nT$  на расстояние  $nL$  так, что отношение  $\frac{vT}{pL}$  остается постоянным. "В более поздних



трактатах Уоллис построил график функции  $y = \sin x$ , высказал идею геометрического представления комплексных чисел, ввел знак для бесконечности, понятия "интерполяция", "мантисса", "непрерывная дробь", занимался приближенными вычислениями, логарифмами, биномом, получившим позднее имя Ньютона, методом бесконечно малых [2, с. 84].



Важный вклад в механику и математику XVII в. внес знаменитый голландский ученый, последователь Галилея и Декарта – **Христиан Гюйгенс** (1629–1695).

Гюйгенс известен как изобретатель маятниковых механических часов, окуляра и телескопа (более мощного, чем у Галилея), исследователь спутников Сатурна, автор волновой теории света, одной из первых работ по теории вероятностей, теории эволюта и эвольвента, первооткрыватель (совместно с Гуком) точек таяния льда и кипения воды. Как механик он является автором теорий колебаний маятников

(математического, физического), удара тел, центробежных сил.

Англичанин **Исаак Ньютон** (1643–1727) в континентальной Европе не был так знаменит как Галилей, Декарт, Гюйгенс, Лейбниц, но в уже в XVIII в. его научный авторитет стал недостижимо высок. Это было связано с тем, что физические принципы, математические методы, которыми пользовались его предшественники и современники при решении частных задач механики, ему удалось обобщить и сформулировать наилучшим образом. Он использовал понятия "флюенты" (переменной величины), "флюксии" (скорости изменения переменной), сделал попытку дать определение понятия силы и сформулировать минимальное количество общепризнанных физических принципов-постулатов, используя которые можно решать разнообразные по содержанию физические задачи.



Тем самым Ньютон заложил основы математической теории, в следующие века превратившейся в современную теоретическую механику.

Законы-аксиомы Ньютона сводятся к следующему:

1. Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не принуждается приложенными силами изменять это состояние;

2. Изменение количества движения пропорционально приложенной силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует;

3. Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе взаимодействия двух тел друг на друга между собою равны и направлены в противоположные стороны;

4. Силы, приложенные к одной точке, можно складывать (раскладывать) по "правилу параллелограмма".

Используя эти законы Ньютон решил множество практических задач небесной механики, гидравлики, удара и колебаний тел, получил выражение для центростремительной силы и закон всемирного тяготения:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}.$$

Философом, основоположником дифференциального и интегрального исчисления, теории дифференциальных уравнений был немец **Готфрид Лейбниц** (1646–1716).

Научное творчество Лейбница было развитием идей его великих предшественников – Галилея, Кеплера, Декарта и Гюйгенса. Именно поэтому многие его публикации по механике посвящены решению тех же, актуальных для XVII в., задач. Опираясь на работу Гюйгенса, Лейбниц сформулировал закон сохранения для системы точек, использующий понятие "живой силы", отличный от того, что декларировали Декарт и Ньютон:

$$\sum m_k v_k^2 = -2 \sum m_k \int \xi_k dx,$$

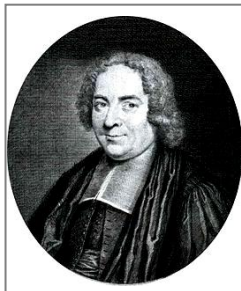
где  $m_k$  – массы,  $v_k$  – скорости,  $m_k v_k^2$  – "живая сила" точки,  $\xi_k$  – "ускоряющие силы".

Важный вклад в формирование современной механики внес известный французский механик и математик **Пьер Вариньон** (1654–1722).

Многие его публикации по тематике совпадают с задачами его предшественников и современников.

Его трактат "Проект новой механики" был опубликован в 1687 г. (в один год с "Математическими началами" Ньютона). Как и Ньютон, он строит свою механику на основании понятий силы, массы, скорости и аксиом-законов (включая правило параллелограмма). В качестве аксиом используются принципы "виртуальных скоростей", освобождения от связей, приведение системы сил к простейшему виду. И это вполне законченное теоретическое введение далее используется для решения большого количества конкретных задач (в основном, из статики разнообразных механизмов).

В 1700 г. Вариньон впервые записал второй закон Ньютона в виде знакомого ныне дифференциального уравнения, которое далее использовал для решения некоторых задач движения планет в центральном поле сил.



Интерес **Якоба Бернулли** (1654–1705) к механике начался со знакомства с публикациями Лейбница по дифференциальному исчислению. Дальнейшее знакомство с работами Декарта, Гюйгенса, Ньютона, Вариньона и других современников окончательно увлекли его в круг проблем механики и математического анализа.

Рассматривая задачу о качании маятника, Якоб Бернулли воспользовался понятием центра качаний (Гюйгенса) и решил задачу о нахождении длины изохорного математического маятника:

$$l_0 = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2^2}{m_1 l_1 + m_2 l_2}.$$

Это решение позволило ему сформулировать новый принцип механики, оказавшийся позднее прообразом "принципа Даламбера". Эта идея сведения уравнений движения к уравнениям равновесия с добавлением сил инерции далее получила развитие в трактате "Форономия" ученика Я. Бернулли и академика Петербургской академии наук – Якоба Германна (1678–1733).

**Иоганн Бернулли** (1667–1748) был младшим братом Якоба Бернулли. Круг его научных интересов был традиционным для того времени: развитие идей математического анализа, дифференциальных уравнений на разнообразные задачи механики. К этим задачам относились изучение движения планет, колебаний маятников, удара тел, гидравлики. Между тем все большую роль начинают играть не только поиски конкретных решений, но и проблемы совершенствования, уточнения исходных понятий, поиска новых законов и принципов механики.

В частности, Иоганн Бернулли обратил внимание на некоторые экстремальные свойства движущихся тел. Современники называли Иоганна "Архимедом своего времени".

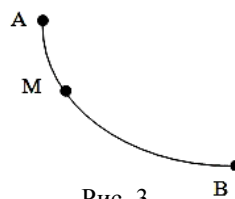


Рис. 3



Очень важным его достижением стала задача о брахистохроне (рис. 3.), которая положила начало развитию вариационного исчисления. "В вертикальной плоскости даны две точки  $A$  и  $B$ . Определить путь  $AMB$ , спускаясь по которому под влиянием собственной тяжести, тело  $M$ , начав движение из точки  $A$ , дойдет до другой точки  $B$  в кратчайшее время" [8, с. 19]. Уравнением брахистохроны является циклоида:

$$y = \int \sqrt{\frac{x}{a-x}} dx + C.$$

И. Бернулли, решая задачу об определении центра качения, подтвердил результат Гюйгенса:

$$x = \frac{m_A a^2 + m_B b^2 + m_C C^2}{m_A a + m_B b + m_C C},$$

а в качестве основного закона механики использовал уравнение ("формулу сохранения полной механической энергии"):

$$Pds = Vdv,$$

где  $P$  – "ускорительная сила",  $dS$  – элемент пройденного пути,  $V$  – скорость.

Следует отметить, что в этой статье приведен далеко не полный перечень задач и имен ученых, чье творчество сыграло важную роль в установлении основ современной теоретической механики.

В следующем XVIII в. арсенал задач механики был существенно расширен (особенно за счет задач, касающихся движения и дефор-

маций сплошных сред), и одновременно увеличилось число публикаций общетеоретического, методологического характера, посвященных основным понятиям, принципам, законам и математическим методам механики. Авторами этих работ были П. Мопертюи, А. Клеро, П. Буге, Д. Бернулли, Л. Эйлер, Ж.Л. Даламбер, Г. Монж, П. Лаплас, Ш. Кулон и многие другие ученые. Своеобразным триумфом механики XVIII в. стала "Аналитическая механика" Ж.Л. Лагранжа.

### Список литературы

1. *Трусделл К.* Очерки по истории механики / пер. с англ. Е.В. Богатырёва, под ред. д.ф.м.н. А.В. Борисова. М.: Ижевск, ИКИ, 2002.
2. *Яковлев В.И.* Начала механики. 3-е изд. М.: Ижевск, РХД, 2005.
3. *Галилей Г.* Избранные труды. М.: Наука, 1964. Т. 1, 2.
4. *Стройк Д.Я.* Краткий очерк истории математики. М.: Наука, 1969.
5. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии. Собр. тр. акад. А.Н. Крылова. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1936. Т.7.
6. *Франкфурт У.И., Френк А.М.* Христиан Гюйгенс. М.: Изд-во АН СССР, 1962.
7. *Яковлев В.И.* История классической механики: учеб. пособие для вузов. Пермь: Изд-во ПГУ, 1990.
8. *Бернулли И.* Избранные сочинения по механике. М.; Л.: Об. науч.-техн изд-во, 1937.

## Problems of mechanics of the 17<sup>th</sup> century as a source for the development of theoretical mechanics

**E. V. Nazarenkova, V. I. Yakovlev**

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia  
ekaterina.nazarenkova@yandex.ru  
iakovlev@psu.ru; 8 (342) 2 396 298

At all times finding a solution to such practical problems as (causes, laws) description of the motion of solids, planets, various mechanisms, conditions for the equilibrium of levers, systems of bodies, liquids were a very important aspect of Humanity's activity. The formulation of ever new and new practical and theoretical tasks that meet the needs of various stages of the development of society, the search for new ones and the improvement of already known methods for solving these problems is the main factor in the emergence and development of new scientific theories. The work shows the stages of the formation of modern theoretical mechanics in accordance with the content of actual problems.

**Keywords:** *problems; mechanics; scientists.*