

УДК 621.391.83

Сравнительно-описательная характеристика фильтров нижних частот, используемых программным пакетом LABVIEW

А. А. Маслов, Т. А. Лепихин

Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, 198504, Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский пр., 35
alexex.maslov@gmail.com, LepikhinTA@gmail.com

Описаны и проанализированы фильтры нижних частот. Здесь рассмотрены 5 видов фильтров, представленные в LabVIEW в виде так называемых "Виртуальных приборов" (VI): фильтр Баттерворта, фильтр Чебышева I и II рода, Эллиптический фильтр (или фильтр Кауэра) и фильтр Бесселя. Приведен пример применения вышеперечисленных фильтров.

Ключевые слова: фильтры с бесконечной импульсной характеристикой; фильтры нижних частот; фильтр Баттерворта; фильтр Чебышева; фильтр Кауэра; фильтр Бесселя.

Введение

Обработка сигналов – одно из наиболее часто используемых средств для решения различных задач. Ситуация, когда данные искажены различными помехами, вызванными теми или иными причинами, вполне естественна. Так, например, в робототехнике показания различных датчиков или управляющие сигналы бывают искажены, что может привести к ошибочному решению поставленной задачи. В целях избавления от подобных искажающих шумов и применяется фильтрация сигналов [6, 7].

Фильтрация сигналов – один из методов цифровой обработки сигналов, который используется с целью получения полезной составляющей из зашумленного сигнала. Рассматриваемые фильтры являются БИХ-фильтрами (фильтрами с бесконечной импульсной характеристикой), – фильтрами, которые производят вычисления, основываясь на предыдущих потоках входных и выходных отсчетов. Общее разностное уравнение имеет вид:

$$y_i = \frac{1}{a_0} \left(\sum_{j=0}^{N_b-1} b_j x_{i-j} - \sum_{k=1}^{N_a-1} a_k y_{i-k} \right),$$

где $\{b_i\}$ – набор прямых коэффициентов, N_b – число прямых коэффициентов, $\{a_i\}$ – набор обратных коэффициентов, N_a – число обратных коэффициентов. Во всех БИХ-фильтрах в LabVIEW коэффициент $a_0=1$ [4].

Передаточная функция БИХ-фильтра имеет вид

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^{N_b} b_i z^{-i}}{1 + \sum_{k=1}^{N_a} a_k z^{-k}}.$$

Подставив в нее $z=\exp(s)$, мы получим передаточную характеристику фильтра по Лапласу, из которой можно получить комплексный коэффициент передачи дискретного фильтра путем подстановки $s=j*\omega$. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) цифрового фильтра может быть получена как модуль: $|H(\omega)| = |H(e^{j*\omega})|$ [2].

1. Общие характеристики ФНЧ

Рассматриваем фильтры нижних частот – фильтры, пропускающие все частоты ниже заданной частоты ω_0 и подавляющие частоты выше ω_0 .

На рис. 1 представлены на одном графике АЧХ идеального фильтра (черная) и реального (серая). Полоса частот от 0 до ω_0 называется полосой пропускания, полоса от ω_1 и выше – полоса заграждения (подавления), полоса от ω_0 до ω_1 – переходная полоса.

Параметр $G_p = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_p^2}}$ определяет максимальное допустимое искажение сигнала в полосе пропускания, а $G_s = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_s^2}}$ задает требуемое в конкретной задаче подавление в полосе заграждения.

Также используются параметры $k = \frac{\omega_0}{\omega_1}$ и $k_1 = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s}$, которые определяют селективные свойства фильтра и степень подавления соответственно. Порядок фильтра определяется как максимальное количество нулей и полюсов передаточной функции фильтра и рассчитывается из уравнения при заданных k и k_1 , определяемых способом, показанным выше: $F_N(\frac{1}{k}) = \frac{1}{k_1}$. Чем выше порядок фильтра – тем меньше неравномерность АЧХ, но увеличение порядка сказывается на сложности фильтра и увеличении чувствительности его к разбросу номиналов его компонент [4].

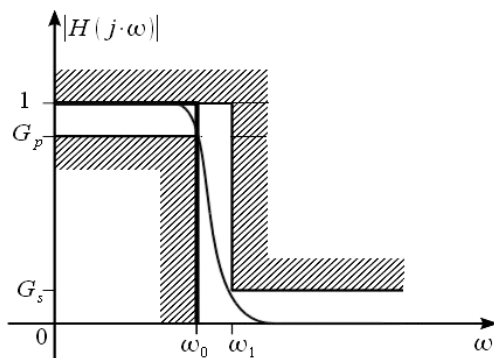


Рис. 1

Теперь кратко опишем основные особенности каждого из пяти рассматриваемых фильтров.

2. Описание рассматриваемых ФНЧ

Фильтры Баттерворта характеризуются гладкостью частотной характеристики на всех частотах. Они имеют наиболее плоскую ха-

рактеристику в полосе пропускания и ноль в полосе заграждения. АЧХ фильтра задается выражением

$$|H(j * \omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_p^2 \omega^{2N}}}.$$

LabVIEW устанавливает крутизну перехода АЧХ, пропорциональную порядку фильтра. Повышение порядка приближает частотную характеристику к идеальной. Но фильтры Баттерворта не всегда обеспечивают хорошее приближение из-за медленного спада в переходной полосе. Фильтры Чебышева имеют малую амплитуду ошибки в полосе пропускания, большую крутизну спада в переходной полосе (по сравнению с фильтрами Баттерворта), плоскую характеристику в полосе заграждения, а также характеризуются наличием выброса перед переходной полосой. АЧХ фильтра задается выражением

$$|H(j * \omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_p^2 T_N^2(\omega)}},$$

где $T_N(\omega)$ – многочлен Чебышева порядка N . Инверсные фильтры Чебышева (фильтры Чебышева второго рода или фильтры Чебышева II) имеют малую амплитуду ошибки в полосе заграждения и наиболее плоскую характеристику в полосе пропускания. Следует также отметить, что, в отличие от обычных фильтров Чебышева, в инверсных фильтрах отсутствует выброс перед переходной полосой. Крутизна характеристики в переходной области такого фильтра значительно превышает крутизну фильтра Баттерворта (при одинаковых порядках). АЧХ фильтра задается выражением

$$|H(j * \omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_s^2}{T_N^2(\frac{1}{\omega})}}}.$$

Максимальная допустимая ошибка ограничивает неизменную по частоте пульсацию частотной характеристики в полосе задержания. Кроме того, проявляется гладкий монотонный спад АЧХ к полосе задержания. Эллиптические фильтры (фильтры Кауэра) характеризуются самой высокой крутизной в переходной полосе, минимизацией пиковой ошибки и неизменными по величине пульсациями в полосе пропускания и полосе задержания. АЧХ фильтра задается выражением

$$|H(j^* \omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon_p^2 R_N^2(\omega, k_1)}},$$

где $R_N(\omega)$ представляет собой эллиптическую функцию, зависящую от параметра k_1 . По сравнению с фильтрами Баттерворта или Чебышева эллиптические фильтры обеспечивают самый крутой переход между полосой пропускания и полосой задержания, который объясняет их широкое распространение в практике. Фильтры Бесселя отличаются тем, что обладают максимально гладкой групповой задержкой (линейной фазо-частотной характеристикой). АЧХ определяется как квадрат модуля передаточной функции, т.е.

$$|H(j^* \omega)|^2 = \frac{k_0}{B_n(s)},$$

где k_0 – константа нормирования, принимающая значение

$$k_0 = \frac{(2n)!}{2^n n!},$$

а $B_n(s)$ – функция Бесселя порядка n . В отличие от, например, фильтров Баттерворта, частота среза фильтров Бесселя зависит от порядка самого фильтра, из-за чего работать с ними несколько сложнее [1, 3, 5].

3. Практическая реализация

Перейдем к непосредственному практическому сравнению фильтров. Для этого рассмотрим сигнал, представляющий собой сумму четырех синусоид с различными амплитудами и частотами.

$$s(t) = \sin 3.14t + 0.9 \sin 4.396t + 0.8 \sin 6.28t + 0.6 \sin 8.164t.$$

Наложим на него белый Гауссовый шум со значением стандартного отклонения, равным 0,6 и применим к получившемуся зашумленному сигналу каждый из четырех фильтров, описанных выше. Блок-диаграмма программы LabVIEW, реализующая данное сравнение представлена на рис. 2. Сигнал, зашумленный сигнал и их АЧХ представлены на рис. 3, 4, 5 и 6 соответственно.

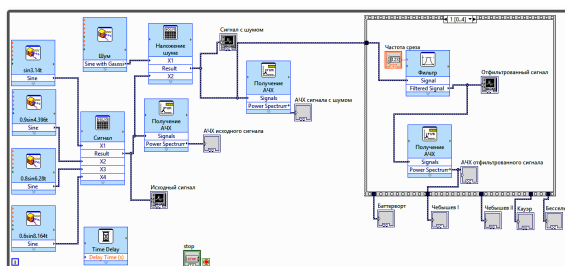


Рис. 2. Блок-диаграмма программы LabVIEW

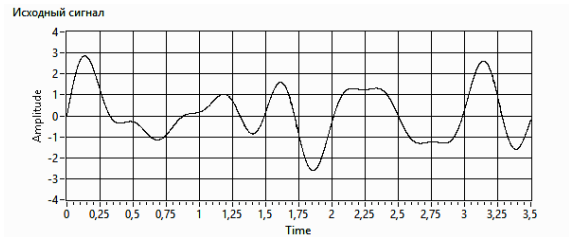


Рис. 3. Исходный сигнал

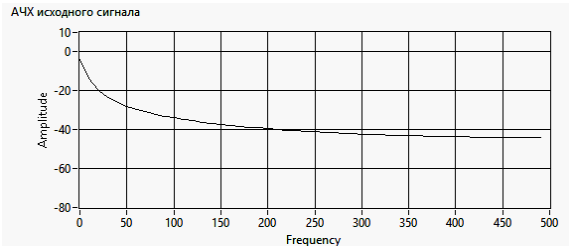


Рис. 4. АЧХ исходного сигнала

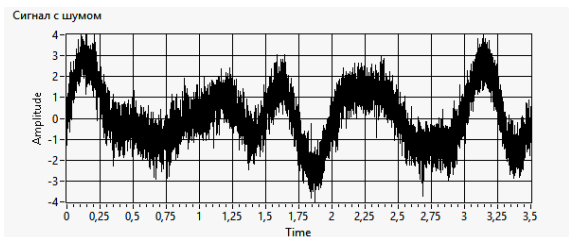


Рис. 5. Зашумленный сигнал

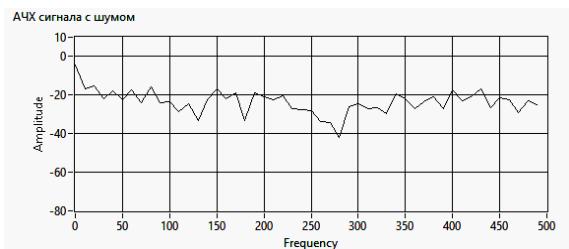


Рис. 6. АЧХ зашумленного сигнала

Данная программа позволяет сравнить сигналы и их АЧХ, полученные при фильтрации исходного сигнала с помощью каждого из рассмотренных фильтров при фиксированном порядке фильтров (задается вручную в блок-диаграмме с помощью изменения параметра ВП Filter для каждого из фильтров) и оценить качество фильтрации для каждого случая. На рис. 7 представлены результирующие АЧХ, которые и показывают описанную выше разницу между различными методами фильтрации.

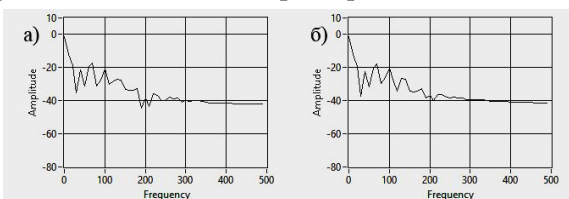


Рис. 7.1. Сравнение АЧХ отфильтрованного сигнала. (а – фильтр Баттерворта, б – фильтр Чебышева I)

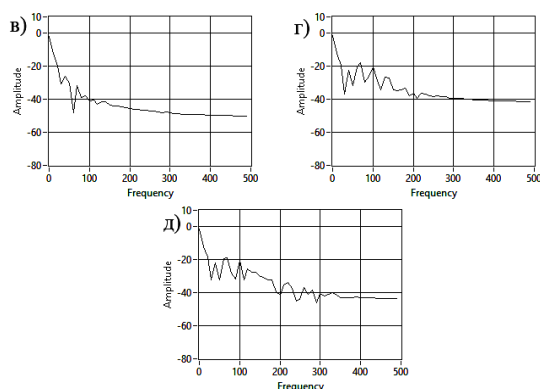


Рис. 7.2. Сравнение АЧХ отфильтрованного сигнала. (в – фильтр Чебышева II, г – эллиптический фильтр, д – фильтр Бесселя)

На графиках заметна разница между фильтрами, о которой говорилось ранее, т.е. ширина переходной полосы, колебания в полосах задержания и пропускания. При подстановке различных порядков фильтров и различных частот среза можно добиться более или менее четкой разницы между результатами фильтрации.

Заключение

В данной работе проанализировано 5 БИХ-фильтров. В различных ситуациях предполагается выбор конкретного способа фильтрации в зависимости от поставленной задачи. Фильтр Баттерворта обладает самой широкой переходной полосой, но максимально гладкой АЧХ. Внесение в АЧХ фильтра Баттерворта колебаний приводит к фильтрам

Чебышева, у которых переходная полоса уже, либо к эллиптическим фильтрам.

С практической же точки зрения, сужение переходной полосы и уменьшение неравномерности в полосе пропускания приводит к резкому повышению требуемого порядка фильтра, и в этой связи именно эллиптический фильтр наиболее удобен в использовании.

Список литературы

1. Федосов В.П., Нестеренко А.К. Цифровая обработка сигналов в LabVIEW. М.: ДМК, 2007. 256 с.
2. Веремей Е.И. Линейные системы с обратной связью. СПб: Лань, 2013. 448 с.
3. Тревис Дж. LabVIEW для всех / под ред. В.В.Шаркова, В.А.Гурьева. М.: ДМК Пресс; ПриборКомплект, 2005. 544 с.
4. Борисов А.П. Электротехника: учеб. пособие. Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2012. 75 с.
5. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.
6. Алферов Г.В., Кулаков Ф.М., Нечаев А.И. и др. Информационные системы виртуальной реальности в мехатронике и робототехнике: учеб. пособие. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2009. 168 с.
7. Кулаков Ф.М., Алферов Г.В., Смирнов Е.Н. Управление роботами, оцущественными по усилиям // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы. Пермь, 1996. Вып. № 30. С. 113–119.

Comparative and descriptive characteristics of the low-pass filters, used by LABVIEW software package

A. A. Maslov, T. A. Lepikhin

Saint-Petersburg State University, Russia, 198504, Saint-Petersburg, Peterhof, Universitetsky pr., 35
alexey.maslov@gmail.com, LepikhinTA@gmail.com

This paper describes and analyzes low-pass filters. Here we consider five types of filters provided in LabVIEW as a so-called "virtual instruments" (VI): Butterworth filter, Chebyshev types I and II, elliptic filter (or Cauer filter) and Bessel filter. The example of filtration for some signals is presented.

Key words: IIR Filters; Lowpass Filtes; Butterworth filter; Chebyshev filter; Cauer filter; Bessel filter.